



PEMERINTAH PROVINSI JAWA TIMUR
DINAS PENDIDIKAN
SMK NEGERI 1 SAMPANG

Modul Ajar 1

EKSPONEN



Sahruwardi, S.Pd

SMK Fase E

MODUL AJAR 1 EKSPONEN

A. Bagian I: Informasi Umum

Nama Penyusun	Sahruwardi, S.Pd.
Nama Sekolah	SMK Negeri 1 Sampang
Fase / Kelas	E / X
Capaian Pembelajaran	Di akhir fase E, peserta didik dapat menggeneralisasi sifat-sifat bilangan berpangkat (termasuk bilangan pangkat pecahan). Mereka dapat menerapkan barisan dan deret aritmetika dan geometri, termasuk masalah yang terkait bunga tunggal dan bunga majemuk.
Jumlah Pertemuan	5
Alokasi waktu (menit)	10 JP (10 x 45 menit)
Elemen / Domain	Bilangan
Kompetensi Awal	Bilangan pangkat
Profil Pelajar Pancasila	1. Bernalar Kritis dalam mengidentifikasi bentuk ekuivalen dari bentuk pangkat 2. Kreatif dalam menyusun kalimat kesimpulan menggunakan pemikiran sendiri 3. Mandiri dalam menemukan dan membuktikan kebenaran dari sifat-sifat eksponen 4. Bernalar Kritis dalam menggunakan sifat-sifat eksponen dalam menyelesaikan masalah 5. Gotong Royong dalam menyelesaikan setiap aktifitas dalam LKPD
Sarana Prasarana	• Papan tulis • Spidol • Komputer/Laptop • Jaringan Internet • LCD Proyektor
Metode Penilaian	Assesmen Non Kognitif dan Asessmen Kognitif
Model Pembelajaran	Discovery Learning dan Problem Based Learning
Moda Pembelajaran	Daring / Luring
Metode Pembelajar	Diskusi, tanya jawab, presentasi
Sumber Pembelajaran	Buku Paket, Modul, Internet dan Lainnya
Media Pembelajaran	PPT, Video Pembelajaran, LKPD 1

B. BAGIAN II: KOMPONEN INTI

Tujuan Pembelajaran	1. Menyatakan perkalian bilangan bulat berulang sebagai bilangan berpangkat (eksponen) 2. Menggeneralisasi sifat-sifat eksponen 3. Menerapkan sifat eksponen untuk menyederhanakan ekspresi 4. Mengidentifikasi bentuk ekuivalen menggunakan sifat eksponen (termasuk hubungan pangkat rasional dan bentuk akar) 5. Menginterpretasi karakteristik utama dari tabel maupun grafik dari fungsi eksponen Memodelkan fenomena atau data dengan fungsi eksponen
Pemahaman Bermakna	1. Konsep Bilangan berpangkat untuk memudahkan pembelajaran sifat-sifat bilangan berpangkat 2. Memahami suatu masalah dalam kehidupan sehari-hari yang merupakan suatu permasalahan Eksponen 3. Sifat-sifat eksponen digunakan untuk memudahkan menyederhanakan atau menghitung bilangan berpangkat. 4. Fungsi Eksponen dapat menjadikan bahan analisis data dalam menyelesaikan masalah sehari-hari .
Pertanyaan Pematik	1. Masih ingatkah kalian dengan materi konsep bilangan berpangkat ? , jika ingat bagaimanakah penyelesaian dari $(5^2)^3$ jika menggunakan konsep eksponen ? 2. Jika $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ faktor}}$, maka berapakah nilai dari a^{-m}? 3. Jika nilai dari $\sqrt{4} = 2$, $\sqrt{16} = 4$ dan $\sqrt{25} = 5$, berapakah nilai dari $\sqrt{15}$? 4. Adakah hubungan antara bilangan berpangkat (eksponen) dengan bilangan bentuk akar ? 5. Apakah bentuk $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ benar? Jelaskan jawabanmu !
Pesiapan Pembelajaran	1. Guru membuat presentasi tentang konsep Eksponen 2. Guru memberikan contoh permasalahan kontekstual tentang konsep Eksponen 3. Guru membagikan LKPD
Kegiatan Pembelajaran	

Pertemuan 1

Kegiatan Awal (10 Menit)

1. Guru menyampaikan salam dan mengajak peserta didik untuk berdoa
2. Guru mengecek kehadiran peserta didik dan kesiapan mereka dalam melaksanakan pembelajaran.
3. Guru menyampaikan metode pembelajaran dan teknik penilaian yang akan digunakan.
4. Melalui tayangan di slide presentasi guru memotivasi peserta didik dengan menayangkan manfaat mempelajari materi konsep eksponen dalam kehidupan sehari-hari seperti yang ada pada buku bacaan siswa .
5. Melalui tanya jawab guru menyampaikan Mengingat Kembali mengenai perkalian berulang yang sudah dipelajari di SMP bahkan SD. Pertanyaan-pertanyaan yang digunakan untuk mengaktifkan prapengetahuan siswa:
 - a. Bagaimana kalian menuliskan bentuk $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ dengan lebih singkat?
 - b. Bagaimana bentuk sederhana dari perkalian $15 \times 15 \times 15 \times 15$?
 - c. Apakah ada bentuk lain dari 2^6 ?

Kegiatan Inti (60 Menit)

Tahap I : *Stimulation* (Pemberian Rangsangan)

- ✓ Sebagai stimulus guru meminta siswa berdiskusi tentang situasi yang sedang terjadi saat ini terkait dengan penyebaran virus Covid-19 yang terdapat pada buku siswa halaman 2.
- ✓ Guru meminta siswa mengamati permasalahan yang ada pada Eksplorasi 1.1 pada buku siswa halaman 4.



Ayo Bereksplorasi

Seseorang membawa virus masuk ke wilayah A. Virus tersebut menular ke penduduk di wilayah tersebut dengan cepat. Setelah diamati, orang yang membawa virus tersebut sudah menulari 2 orang lainnya. Pada fase selanjutnya, 2 orang yang tertular tersebut ternyata juga masing-masing menulari 2 orang lainnya. Pada fase berikutnya, 4 orang pada fase sebelumnya juga menulari masing-masing 2 orang lainnya. Pola penularan tersebut terus berlangsung, di mana tidak ada orang yang tertular hingga 2 kali.

1. Lengkapilah tabel di bawah ini yang akan memberikan kalian gambaran penularan virus di setiap fase hingga fase ke-8.

Fase Penularan	1	2	3	4	5	6	7	8
Banyak orang yang tertular	2	4	8	...	...	...	...	...

2. Berapa orang yang tertular virus tersebut pada fase ke-10? Bagaimana kalian mengetahuinya?
3. Jika banyak fase adalah n , bagaimana merepresentasikan banyak orang yang tertular pada fase ke- n tersebut? Bagaimana kalian mengetahuinya?
4. Bagaimana hubungan antara fase penularan dan banyaknya orang yang tertular virus di setiap fasenya?

Tahap II : *Problem statement* (identifikasi masalah)

- ✓ Guru memfasilitasi peserta didik untuk melakukan eksplorasi sendiri-sendiri terlebih

dahulu kemudian baru diskusi secara berpasangan atau dalam kelompok, atau langsung bekerja sama berpasangan atau di dalam kelompok.

- ✓ Guru membimbing peserta didik untuk mengisi tabel yang kosong dan menemukan pola bilangan dan pola pangkat pada kasus tersebut.
- ✓ Guru membagi peserta didik ke dalam kelompok yang beranggotakan 4-5 orang dan membagikan LKPD 1 (**Permasalahan juga terdapat pada LKPD 1**)

Tahap III : Data collection (pengumpulan data)

- ✓ Guru memfasilitasi peserta didik mencari dan mengumpulkan informasi berkaitan dengan masalah yang terdapat pada LKPD 1. Guru membebaskan peserta didik untuk dapat mengumpulkan informasi tersebut dari berbagai sumber bisa dari buku paket, modul pembelajaran maupun dari browsing di internet.
- ✓ Guru meminta siswa untuk membuat hipotesa berdasarkan informasi yang mereka kumpulkan.

Tahap IV : Data processing (pengolahan data)

- ✓ Dari hasil menggali informasi, peserta didik mendiskusikan dalam kelompoknya untuk menyusun langkah-langkah atau strategi penyelesaian masalah dan menuangkannya pada LKPD 1 secara bertanggung jawab
- ✓ Guru meminta kelompok untuk membuat laporan hasil diskusinya untuk dipresentasikan di depan kelas

Tahap V : Verification (pembuktian)

- ✓ Guru meminta beberapa kelompok mempresentasikan hasil diskusinya untuk kemudian ditanggapi oleh peserta kelompok yang lain.
- ✓ Guru memfasilitasi terjadinya diskusi kelas ketika presentasi dalam rangka mengevaluasi (Pembuktian) kebenaran pemecahan masalah yang diajukan peserta didik. Guru juga sekaligus mengevaluasi konsep dan cara berpikir peserta didik untuk dikuatkan jika benar, ditambah bila kekurangan, dan diluruskan jika ada kesalahan

Tahap VI : Generalization (menarik kesimpulan)

- ✓ Melalui tanya jawab guru menguatkan pemahaman peserta didik dengan membahas pertanyaan pada kolom “**ayo berpikir kritis**” yang terdapat pada buku siswa halaman 4



Ayo Berpikir Kritis

Jika terdapat 250 orang di wilayah tersebut, berapa fase penularan yang terjadi sehingga 250 orang akan tertular virus tersebut?

- ✓ Melalui tanya jawab dan bantuan slide presentasi guru dan peserta didik membuat kesimpulan atas diskusi dan presentasi pada materi konsep bilangan berpangkat (Eksponen)

Kegiatan Penutup (20 menit)

- Melalui tanya jawab guru dan peserta didik melakukan refleksi terhadap pembelajaran yang telah dilakukan. Seperti kekurangan dan kelebihan pembelajaran, materi apa saja yang belum dipahami dan masukannya untuk pembelajaran berikutnya
- Guru melakukan asesmen kognitif dengan memberikan latihan (soal terlampir). Bagi yang sudah tuntas peserta didik diberi tugas soal pengayaan. Untuk peserta didik yang masih belum tuntas diberi kesempatan untuk bertanya (remidi) pada waktu yang ditentukan.
- Ditutupi doa dan salam

Pertemuan 2

Kegiatan Awal (10 Menit)

- Guru menyampaikan salam dan mengajak peserta didik untuk berdoa
- Guru mengecek kehadiran peserta didik
- Guru menyampaikan metode pembelajaran dan teknik penilaian yang akan digunakan.
- Guru memotivasi peserta didik dan menyampaikan tujuan pembelajaran.
- Dengan tanya jawab guru melakukan apersepsi membahas materi sebelumnya mengenai konsep eksponen dibantu slide presentasi.

Kegiatan Inti (60 Menit)

Fase 1 Orientasi peserta didik terhadap masalah

Guru memfasilitasi peserta didik mengamati permasalahan pada “Eksplorasi 1.2 Sifat-sifat Eksponen” yang terdapat pada buku siswa pada halaman 6.



Ayo Bereksplorasi

Perhatikan tabel yang menunjukkan bentuk eksponen 2^n di bawah ini.

Tabel 1.1 Bentuk Eksponen 2^n

2^n	Hasil Perpangkatan
2^1	2
2^2	4
2^3	8
2^4	16
2^5	32
2^6	64
2^7	128
2^8	256
2^9	512
2^{10}	1024

Fase 2 Mengorganisasikan peserta didik

- ✓ Peserta didik diminta untuk memperhatikan **Tabel 1.1** pada Buku Siswa dan mencoba menyelesaikan beberapa bentuk eksponen yang ada pada Eksplorasi 1.2 yang menggiring mereka untuk menemukan sifat-sifat tersebut.
- ✓ Membagi peserta didik kedalam kelompok yang beranggotakan 3-4 orang dan membagikan LKPD 2

Fase 3 Membimbing penyelidikan individu dan kelompok

- ✓ Guru memfasilitasi peserta didik secara individu untuk menggali informasi untuk mendapat kesimpulan dari sifat 1, 2, dan 3.
- ✓ Guru memfasilitasi peserta didik berdiskusi dengan kelompoknya tentang kesimpulan 1, 2 dan 3 yang telah di selesaikan secara individu sekaligus mencari pembuktian sifat tersebut.
- ✓ Peserta didik melanjutkan diskusi kelompok untuk mencari pembuktian sifat 4 dan 5 .

Fase 4 Mengembangkan dan menyajikan hasil karya

- ✓ Guru meminta semua kelompok membuat laporan untuk presentasi dari hasil diskusi kelompok tentang LKPD 2.
- ✓ Memfasilitasi perwakilan kelompok untuk mempresentasikan laporannya untuk kemudian ditanggapi oleh peserta didik dari kelompok yang lain

Fase 5 Menganalisis dan mengevaluasi proses pemecahan masalah

- ✓ Memfasilitasi terjadinya diskusi kelas ketika presentasi dalam rangka mengevaluasi pemecahan masalah yang diajukan peserta didik
- ✓ Melalui tanya jawab guru dan peserta didik membahas contoh soal 1 dan 2 pada buku siswa halaman 8.

Contoh 1

Sederhanakanlah bentuk eksponen $\frac{2^5 \times 2^3}{2^2}$

Alternatif Penyelesaian:

$$\begin{aligned}\frac{2^5 \times 2^3}{2^2} &= \frac{2^{(5+3)}}{2^2} \\ &= \frac{2^8}{2^2} \\ &= 2^{8-2} \\ &= 2^6\end{aligned}$$

Contoh 2

Sederhanakan bentuk eksponen

Alternatif Penyelesaian:

$$\begin{aligned}\left(x^{\frac{1}{3}}\right)^2 \times \left(x^{\frac{4}{3}}\right) &= \left(x^{\frac{2}{3}}\right) \times \left(x^{\frac{4}{3}}\right) \\ &= x^{\frac{2}{3}+\frac{4}{3}} \\ &= x^{\frac{6}{3}} \\ &= x^2\end{aligned}$$

Kegiatan Penutup (20 menit)

- Melalui tanya jawab dan peserta didik melakukan refleksi dan membuat kesimpulan.
- Guru melakukan asesmen kognitif dengan memberikan latihan (soal terlampir). Bagi yang sudah tuntas peserta didik diberi tugas soal pengayaan. Untuk peserta didik yang masih belum tuntas diberi kesempatan untuk bertanya (remidi) pada waktu yang ditentukan.
- Ditutupi doa dan salam

Pertemuan 3 dan 4

Kegiatan Awal (20 Menit)

1. Guru menyampaikan salam dan mengajak peserta didik untuk berdoa
2. Guru mengecek kehadiran peserta didik
3. Guru menyampaikan metode pembelajaran dan teknik penilaian yang akan digunakan.
4. Guru memotivasi peserta didik dengan menyampaikan manfaat mempelajari fungsi eksponen dalam kegiatan sehari-hari dan menyampaikan tujuan pembelajaran.
5. Dengan tanya jawab guru melakukan apersepsi membahas materi sebelumnya mengenai sifat-sifat eksponen dan materi fungsi.

Kegiatan Inti (120 Menit)

Tahap I : *Stimulation* (Pemberian Rangsangan)

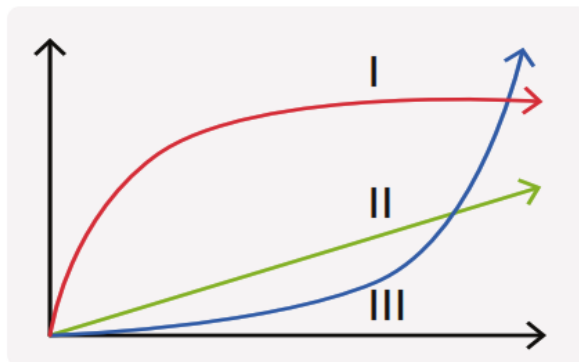
- ✓ Sebagai stimulus guru meminta mengamati permasalahan yang ada pada Eksplorasi 1.3 pada buku siswa halaman 9.



Ayo Bereksplorasi

Seseorang membawa virus dan menulari 3 orang lainnya. Pada fase selanjutnya, setiap orang menulari 3 orang lainnya lagi.

1. Berapakah orang yang akan tertular pada setiap fase selanjutnya?
2. Berapa orang yang akan tertular virus tersebut pada fase ke-20?
3. Manakah dari grafik fungsi berikut ini yang merepresentasikan peningkatan jumlah orang yang tertular virus tersebut jika proses penularan terjadi terus-menerus? Mengapa demikian?



4. Fungsi apakah yang tepat menggambarkan penularan tersebut?

Tahap II : *Problem statement* (identifikasi masalah)

- ✓ Dengan tanya jawab guru membimbing siswa untuk mengidentifikasi inti dari masalah pada kegiatan eksplorasi 1.3 dengan terlebih dahulu menemukan pola perkalian pada setiap fase penularan virus tersebut.
- ✓ Guru membagi peserta didik ke dalam kelompok yang beranggotakan 4-5 orang dan membagikan LKPD 3 (**Permasalahan juga terdapat pada LKPD 3**)

Tahap III : *Data collection* (pengumpulan data)

- ✓ Guru membimbing siswa untuk mendata banyak orang yang tertular pada setiap fase,

salah satunya dengan bantuan tabel seperti pada pertemuan pertama. Peserta didik boleh menggunakan cara yang lainnya juga, misalnya dengan mendata tanpa membuat tabel.

- ✓ Guru memfasilitasi peserta didik mencari dan mengumpulkan informasi berkaitan dengan masalah yang terdapat pada LKPD 3. Guru membebaskan peserta didik untuk dapat mengumpulkan informasi tersebut dari berbagai sumber bisa dari buku paket, modul pembelajaran maupun dari browsing di internet.

Tahap IV : *Data processing* (pengolahan data)

- ✓ Dari hasil menggali informasi, peserta didik mendiskusikan dalam kelompoknya untuk menyusun langkah-langkah atau strategi penyelesaian masalah dan menuangkannya pada LKPD 3 secara bertanggung jawab
- ✓ Guru meminta kelompok untuk membuat laporan hasil diskusinya untuk dipresentasikan di depan kelas

Tahap V : *Verification* (pembuktian)

- ✓ Guru meminta beberapa kelompok mempresentasikan hasil diskusinya untuk kemudian ditanggapi oleh peserta kelompok yang lain.
- ✓ Guru memfasilitasi terjadinya diskusi kelas ketika presentasi dalam rangka mengevaluasi (Pembuktian) kebenaran pemecahan masalah yang diajukan peserta didik. Guru juga sekaligus mengevaluasi konsep dan cara berpikir peserta didik untuk dikuatkan jika benar, ditambah bila kekurangan, dan diluruskan jika ada kesalahan

Tahap VI : *Generalization* (menarik kesimpulan)

- ✓ Melalui tanya jawab guru menguatkan pemahaman peserta didik dengan membahas “**Contoh 3**” tentang pertumbuhan eksponen terdapat pada buku siswa halaman yang terdapat pada buku siswa halaman 11.

Contoh 3

Untuk mengamati pertumbuhan suatu bakteri pada inangnya, seorang peneliti mengambil potongan inang yang sudah terinfeksi bakteri tersebut dan mengamatinya selama 5 jam pertama. Pada inang tersebut, terdapat 30 bakteri. Setelah diamati, bakteri tersebut membelah menjadi dua setiap 30 menit.

1. Modelkan fungsi pertumbuhan bakteri pada setiap fase.
2. Gambarkan grafik pertumbuhan bakteri tersebut.
3. Pada jam ke-5 berapa banyak bakteri baru yang tumbuh?

- ✓ Melalui tanya jawab guru menguatkan pemahaman peserta didik dengan membahas “**Contoh 5**” tentang peluruhan eksponen terdapat pada buku siswa halaman yang terdapat pada buku siswa halaman 15.

Contoh 5

Obat penahan rasa sakit disuntikkan kepada pasien yang mengalami luka berat akibat kecelakaan. Dosis obat yang disuntikkan adalah 50 mikrogram. Satu jam setelah penyuntikan, setengah dosis tersebut akan luruh dan dikeluarkan dari dalam tubuh. Proses tersebut akan terus berulang setiap jam.

1. Berapa banyak dosis obat yang masih tertinggal di dalam tubuh pasien setelah 1 jam, 2 jam, dan 3 jam?
2. Bagaimana model matematika yang dapat menyatakan peluruhan dosis obat tersebut?

- ✓ Melalui tanya jawab dan bantuan slide presentasi guru dan peserta didik membuat kesimpulan atas pembelajaran yang sudah dilalui.

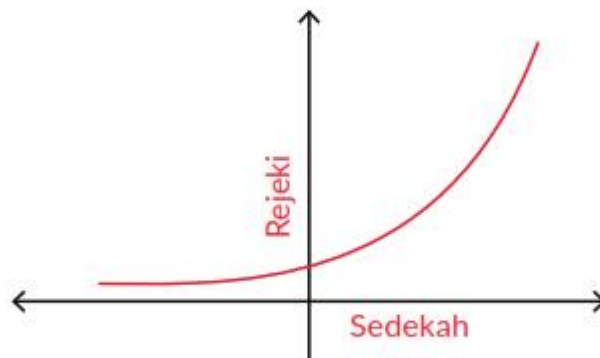
Kegiatan Penutup (20 menit)

- a. Melalui tanya jawab guru dan peserta didik melakukan refleksi terhadap pembelajaran yang telah dilakukan. Seperti kekurangan dan kelebihan pembelajaran, materi apa saja yang belum dipahami dan masukannya untuk pembelajaran berikutnya
- b. Sebagai penguatan karakter guru mengajak peserta didik merefleksikan diri dengan memperhatikan konten “**Penguatan Karakter**” yang terdapat pada buku siswa halaman 19.



Penguatan Karakter

Jika kalian perhatikan, makna pertumbuhan eksponen juga bisa kalian temui dalam kehidupan sehari-hari. Coba kalian perhatikan grafik di bawah ini. Semakin banyak kalian berbagi kepada orang lain yang membutuhkan, maka akan semakin banyak rezeki yang akan Tuhan berikan dalam kehidupan kalian.



Gambar 1.6 Grafik Hubungan Sedekah dan Rezeki

Apakah kalian bisa menyebutkan makna lain dari perubahan eksponen yang bisa kalian temukan dalam kehidupan sehari-hari?

- c. Guru melakukan asesmen kognitif dengan memberikan latihan (soal terlampir). Bagi yang sudah tuntas peserta didik diberi tugas soal pengayaan. Untuk peserta didik yang masih belum tuntas diberi kesempatan untuk bertanya (remidi) pada waktu yang

ditentukan.

- d. Ditutup doa dan salam

Pertemuan 5

Kegiatan Awal (10 Menit)

1. Guru menyampaikan salam dan mengajak peserta didik untuk berdoa
2. Guru mengecek kehadiran peserta didik
3. Guru menyampaikan metode pembelajaran dan teknik penilaian yang akan digunakan.
4. Guru memotivasi peserta didik dan menyampaikan tujuan pembelajaran.
5. Dengan tanya jawab guru melakukan apersepsi membahas materi sebelumnya mengenai eksponen.

Kegiatan Inti (60 Menit)

Tahap I : *Stimulation* (Pemberian Rangsangan)

- ✓ Sebagai stimulus guru meminta mengamati kembali “**contoh 5**” pada pembahasan materi fungsi eksponen sebelumnya.

Perhatikan kembali Contoh 5 sebelumnya. Fungsi eksponen yang menyatakan peluruhan dosis obat di dalam tubuh pasien dituliskan dalam fungsi $f(x) = 50(0,5)^x$ dengan x adalah waktu yang dibutuhkan obat tersebut untuk meluruh sebanyak setengah dosis dari dosis sebelumnya. Jika kalian ingin mengetahui banyaknya dosis yang meluruh setelah 30 menit, bagaimana cara yang kalian lakukan?

Fungsi untuk permasalahan tersebut adalah $f(x) = 50(0,5)^x$

Setelah 30 menit, banyak dosis obat yang meluruh adalah $f\left(\frac{1}{2}\right) = 50(0,5)^{\frac{1}{2}}$

Tahap II : *Problem statement* (identifikasi masalah)

- ✓ Dengan tanya jawab guru membimbing siswa untuk mengidentifikasi inti dari masalah pada contoh tersebut yaitu menentukan hasil penghitungan dengan pangkat bilangan bulat positif. Sementara bentuk tentu menyulitkan untuk menentukan $(0,5)^{\frac{1}{2}}$ hasil perpangkatannya dengan penghitungan manual.
- ✓ Dari contoh 5 guru membimbing peserta didik memahami Bentuk lain dari $(0,5)^{\frac{1}{2}}$ adalah $\sqrt{0,5}$. Bentuk ini disebut bentuk akar. Dan membimbing peserta didik memahami definisi bentuk akar.
- ✓ Guru membagi peserta didik ke dalam kelompok yang beranggotakan 4-5 orang dan membagikan LKPD 4 (**Permasalahan diatas juga terdapat pada LKPD 4**)

Tahap III : *Data collection* (pengumpulan data)

- ✓ Guru membimbing siswa untuk mengumpulkan informasi tentang pangkat pecahan dan hubungannya dengan bentuk akar.
- ✓ Guru memfasilitasi peserta didik mencari dan mengumpulkan informasi berkaitan dengan

masalah lain yang terdapat pada LKPD 4. Peserta didik mengumpulkan informasi berkaitan menyederhanakan operasi bentuk akar dan merasionalkan bentuk akar.

Tahap IV : Data processing (pengolahan data)

- ✓ Dari hasil menggali informasi, peserta didik mendiskusikan dalam kelompoknya untuk menyusun langkah-langkah atau strategi penyelesaian masalah dan menuangkannya pada LKPD 4 secara bertanggung jawab
- ✓ Guru meminta kelompok untuk membuat laporan hasil diskusinya untuk dipresentasikan di depan kelas

Tahap V : Verification (pembuktian)

- ✓ Guru meminta beberapa kelompok mempresentasikan hasil diskusinya untuk kemudian ditanggapi oleh peserta kelompok yang lain.
- ✓ Guru memfasilitasi terjadinya diskusi kelas ketika presentasi dalam rangka mengevaluasi (Pembuktian) kebenaran pemecahan masalah yang diajukan peserta didik. Guru juga sekaligus mengevaluasi konsep dan cara berpikir peserta didik untuk dikuatkan jika benar, ditambah bila kekurangan, dan diluruskan jika ada kesalahan

Tahap VI : Generalization (menarik kesimpulan)

- ✓ Melalui tanya jawab dan bantuan slide presentasi guru dan peserta didik membuat kesimpulan atas diskusi dan presentasi pada materi Bentuk Akar.

Kegiatan Penutup (20 menit)

- a. Melalui tanya jawab guru dan peserta didik melakukan refleksi terhadap pembelajaran yang telah dilakukan. Guru juga memfasilitasi siswa untuk membahas konten “**Ayo Berefleksi**” yang terdapat pada buku siswa halaman 21.



Ayo Berefleksi

Pada subbab ini kalian telah belajar mengenai bilangan eksponen, fungsi eksponen, dan bentuk akar.

1. Apa itu bilangan eksponen?
2. Seperti apa bentuk fungsi eksponen?
3. Apa yang membedakan fungsi pertumbuhan eksponen dan peluruhan eksponen?

- b. Guru melakukan asesmen kognitif dengan memberikan latihan (soal terlampir). Bagi yang sudah tuntas peserta didik diberi tugas soal pengayaan. Untuk peserta didik yang masih belum tuntas diberi kesempatan untuk bertanya (remidi) pada waktu yang ditentukan.
- c. Ditutup doa dan salam

Refleksi

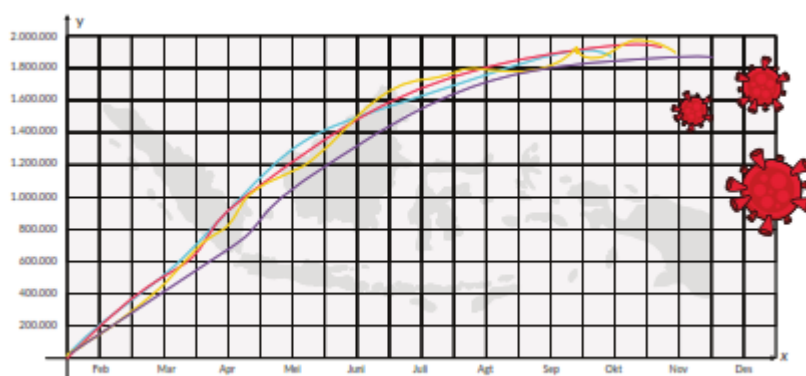
1. Apakah ada kendala pada kegiatan pembelajaran?
2. Apakah semua siswa aktif dalam kegiatan pembelajaran?
3. Apa saja kesulitan siswa yang dapat diidentifikasi pada kegiatan pembelajaran?

	4. Apakah siswa yang memiliki kesulitan ketika berkegiatan dapat teratasi dengan baik? 5. Apa level pencapaian rata-rata siswa dalam kegiatan pembelajaran ini? 6. Apakah seluruh siswa dapat dianggap tuntas dalam pelaksanaan pembelajaran? 7. Apa strategi agar seluruh siswa dapat menuntaskan kompetensi?
Asesmen	Asesmen Formatif : Lembar Kerja Peserta Didik Asesmen Sumatif : Soal Latihan

C. BAGIAN III : LAMPIRAN

BAHAN BACAAN

Beberapa permasalahan dalam kehidupan sehari-hari dapat diselesaikan dengan menggunakan konsep dan aturan matematika. Sebagai contoh, konsep eksponen dan logaritma berperan penting dalam menyelesaikan permasalahan yang berkaitan dengan aritmatika sosial, peluruhan zat kimia, perkembangan bakteri dan lain-lain. Untuk itu perhatikan dan selesaikan dengan cermat permasalahan-permasalahan yang diberikan pada bab ini. Di dalam proses pemecahan masalah-masalah yang diberikan, kamu diminta untuk mencermati objek-objek yang dilibatkan dalam permasalahan yang diberikan tersebut.



Gambar 1.1 Grafik Eksponensial Penyebaran Covid-19

Pada tahun 2020, dunia dihadapkan dengan wabah virus Covid-19 yang menyebar di hampir seluruh negara di dunia. Di Indonesia, kasus penularan Covid-19 masih cukup tinggi dan belum menunjukkan penurunan yang signifikan, bahkan cenderung naik. Pada awal penularannya, grafik perkembangan penularan Covid-19 digambarkan sebagai bentuk eksponensial. Bentuk eksponensial menggambarkan situasi peningkatan suatu kuantitas secara pesat pada kurun waktu tertentu. Mengapa demikian? Bagaimanakah bentuk eksponensial itu?

Selain itu, untuk mengamati pertumbuhan bakteri atau virus, para peneliti biasanya mengamati berapa banyak bakteri yang akan tumbuh setiap jamnya. Para peneliti mampu memprediksi berapa banyak bakteri yang akan tumbuh pada jam-jam

tertentu dengan perhitungan matematika atau sebaliknya menentukan waktu yang dibutuhkan sehingga jumlah bakteri tertentu dapat tumbuh.



Gambar 1.2 Pembelahan Bakteri

Demikian pula untuk memprediksi jumlah penduduk suatu wilayah pada beberapa tahun kemudian, penghitungan matematika dapat digunakan untuk menentukannya. Dengan hanya melakukan pengamatan tentu hal tersebut tidaklah mudah. Diperlukan penghitungan tertentu untuk menentukannya.

Menurut kalian, bagaimana permasalahan-permasalahan tersebut di atas dapat dipecahkan secara matematis? Eksponen dan logaritma adalah konsep-konsep matematika yang memiliki peran yang penting untuk menyelesaikan masalah-masalah seperti yang sudah disebutkan sebelumnya. Bagaimana cara menggunakan kedua konsep ini dalam menyelesaikan masalah-masalah seperti di atas? Dan pada konteks apa lagi kedua konsep tersebut dapat digunakan? Semua akan kalian pelajari pada bab ini.

PETA KONSEP



1. Menemukan Konsep Eksponen

Pada subbab ini, konsep eksponen ditemukan dengan mengamati beberapa masalah nyata berikut dan mencermati beberapa alternatif penyelesaiannya. Tentu saja, kamu diminta untuk melakukan pemodelan matematika yang melibatkan eksponen. Dari beberapa model matematika yang diperoleh dari langkah-langkah penyelesaian

masalah, kamu secara individu menuliskan ciri-ciri eksponen dan mendiskusikan hasilnya dengan temanmu. Berdasarkan ciri-ciri tersebut, kamu menuliskan konsep eksponen dengan pemahamanmu sendiri.

Eksponen adalah perkalian berulang sebanyak n faktor dari bilangan real a . Eksponen juga bisa kita kenal sebagai bilangan berpangkat. Dalam notasi matematika, di tulis sebagai berikut.

Jika a adalah bilangan riil dan n bilangan bulat positif maka a^n (dibaca " a pangkat n ") adalah hasil kali n buah faktor yang masing-masing faktornya adalah a . Jadi, pangkat bulat positif secara umum dinyatakan dalam bentuk :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ faktor}}$$

dengan: a = bilangan pokok (basis);
 n = pangkat atau eksponen;
 a^n = bilangan berpangkat.

Contoh Soal :

Tentukan nilai dari pemangkatan berikut.

- a. 3^4 b. $\left(\frac{2}{5}\right)^3$ c. $(-1)^7$

Jawab:

a. $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$

b. $\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{8}{125}$

c. $(-1)^7 = (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = -1$

Dengan menggunakan konsep bilangan pangkat penulisan jarak antara matahari dan bumi, yaitu 150.000.000 km dapat ditulis dengan cara yang lebih ringkas, yang dikenal sebagai notasi ilmiah, yaitu $1,5 \times 10^8$ km.

2. Sifat-Sifat Operasi Bilangan Berpangkat

1) Sifat Perkalian Bilangan Berpangkat

Untuk $a \in R$ dan m, n bilangan bulat positif, berlaku:

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

Bukti:

$$\begin{aligned} a^m \times a^n &= \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{m \text{ faktor}} \times \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ faktor}} \\ &= \underbrace{a \times a \times a \times a \times \dots \times a}_{m+n \text{ faktor}} = a^{m+n} \text{ (terbukti)} \end{aligned}$$

Contoh :

$$4^2 \times 4^3 = 4^{2+3} = 4^5$$

2) Sifat Pembagian Bilangan Berpangkat

Untuk $a \in R, a \neq 0$ dan m, n bilangan bulat positif yang memenuhi $m > n$, berlaku

$$a^m \div a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Bukti:

$$\begin{aligned} \frac{a^m}{a^n} &= \frac{\overbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}^{m \text{ faktor}}}{\underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ faktor}}} \\ &= \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{m-n \text{ faktor}} = a^{m-n} \text{ (terbukti)} \end{aligned}$$

Contoh :

$$\frac{3^5}{3^2} = 3^{5-2} = 3^3$$

3) Sifat Pangkat dari Bilangan Berpangkat

Untuk $a \in R$ dan m, n bilangan bulat positif, berlaku:

$$(a^m)^n = a^{m \times n}$$

Bukti:

$$\begin{aligned} (a^m)^n &= \underbrace{a^m \times a^m \times a^m \times \dots \times a^m}_{n \text{ faktor}} \\ &= \underbrace{\left(\underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{m \text{ faktor}} \right) \left(\underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{m \text{ faktor}} \right) \left(\underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{m \text{ faktor}} \right) \dots \left(\underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{m \text{ faktor}} \right)}_{n \text{ faktor}} \\ &= \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{m \times n \text{ faktor}} = a^{m \times n} \text{ (terbukti)} \end{aligned}$$

Contoh:

$$(2^3)^4 = 2^{3 \times 4} = 2^{12}$$

4) Sifat Pangkat dari Perkalian Bilangan

Untuk $a, b \in R$ dan m bilangan bulat positif, berlaku:

$$(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$$

Bukti:

$$\begin{aligned} (a \cdot b)^m &= \underbrace{ab \times ab \times ab \times \dots \times ab}_{m \text{ faktor}} \\ &= \left(\underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{m \text{ faktor}} \right) \times \left(\underbrace{b \times b \times b \times \dots \times b}_{m \text{ faktor}} \right) = a^m \cdot b^m \text{ (terbukti)} \end{aligned}$$

Contoh :

$$(4 \times 3)^2 = 4^2 \times 3^2$$

5) Sifat Pangkat dari Pembagian Bilangan

Untuk $a, b \in R, b \neq 0$ dan m bilangan bulat positif, berlaku:

$$\left(\frac{a}{b} \right)^m = \frac{a^m}{b^m}$$

Bukti:

$$\begin{aligned}\left(\frac{a}{b}\right)^m &= \underbrace{\frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \dots \times \frac{a}{b}}_{m \text{ faktor}} \\ &= \frac{\overbrace{(a \times a \times a \times \dots \times a)}^{m \text{ faktor}}}{\underbrace{(b \times b \times b \times \dots \times b)}_{m \text{ faktor}}} = \frac{a^m}{b^m} \text{ (terbukti)}\end{aligned}$$

Contoh :

$$\left(\frac{4}{5}\right)^3 = \frac{4^3}{5^3}$$

3. Pangkat Bulat Negatif dan Nol

1) Bilangan Berpangkat Nol

Untuk $a \in R$ dan $a \neq 0$ maka berlaku :

$$a^0 = 1$$

Bukti:

$$\begin{aligned}a^0 &= a^{m-m} \\ &= \frac{a^m}{a^m} \text{ (sifat pembagian bilangan berpangkat)} \\ &= \frac{\overbrace{(a \times a \times a \times \dots \times a)}^{m \text{ faktor}}}{\underbrace{(a \times a \times a \times \dots \times a)}_{m \text{ faktor}}} = 1 \text{ (terbukti)}\end{aligned}$$

2) Bilangan Berpangkat Negatif

Untuk $a \in R$ dan $a \neq 0$ didefinisikan:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Definisi ini berasal dari bentuk berikut.

Misalkan $a^m \div a^{m+n} = a^{m-(m+n)} = a^{-n}$

$$a^m \div a^{m+n} = \frac{a^m}{a^m a^n} = \frac{1}{a^n}$$

maka $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Contoh:

$$2^{-3} = \frac{1}{2^3}$$

4. Definisi Fungsi Eksponen

Sebuah fungsi eksponen dinyatakan dengan

$$f(x) = n \times a^x$$

di mana a adalah bilangan pokok, $a > 0$, $a \neq 1$, n adalah bilangan real tak nol dan x adalah sebarang bilangan real.

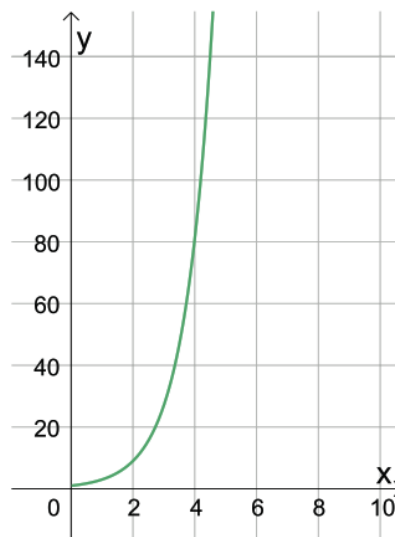


Ayo Berpikir Kreatif

Apakah kalian sudah memahami definisi di atas? Coba diskusikan pertanyaan berikut ini.

1. Bagaimana jika $a = 1$?
2. Bagaimana jika $a = 0$?

Contoh grafik fungsi eksponen pada $f(x) = 3^x$ ditunjukkan pada gambar di bawah ini.



Gambar 1.3 Grafik Fungsi $f(x) = 3^x$

Fungsi eksponen dibedakan menjadi dua bentuk, yaitu pertumbuhan eksponensial dan peluruhan eksponensial.

a. Pertumbuhan Eksponen

Kurva di atas adalah salah satu kurva yang menunjukkan pertumbuhan eksponen, di mana tingkat pertumbuhan berbanding lurus dengan besarnya nilai kuantitasnya. Contoh yang lainnya adalah pertumbuhan bakteri di mana pada fase-fase selanjutnya bakteri tentu akan semakin banyak jumlahnya. Fungsi pertumbuhan eksponen dituliskan dengan:

$$f(x) = a^x \text{ dengan } a > 1$$

Sekarang mari kita lihat beberapa contoh berikut ini.

Contoh 3

Untuk mengamati pertumbuhan suatu bakteri pada inangnya, seorang peneliti mengambil potongan inang yang sudah terinfeksi bakteri tersebut dan mengamatnya selama 5 jam pertama. Pada inang tersebut, terdapat 30 bakteri. Setelah diamati, bakteri tersebut membelah menjadi dua setiap 30 menit.

1. Modelkan fungsi pertumbuhan bakteri pada setiap fase.
2. Gambarkan grafik pertumbuhan bakteri tersebut.
3. Pada jam ke-5 berapa banyak bakteri baru yang tumbuh?

Alternatif Penyelesaian:

1. Pada awal pengamatan, bakteri yang diamati berjumlah 30 sehingga untuk 30 menit berikutnya dapat digambarkan pertumbuhan bakterinya sebagai berikut
Misalkan x adalah fase pertumbuhan bakteri setiap 30 menit, maka

Fase (30 menit)	0	1	2	3	4	5
Banyak bakteri	30	60	120	240	480	960

Untuk $x = 0$, banyak bakteri = 30

Untuk $x = 1$, banyak bakteri = 60

Untuk $x = 2$, banyak bakteri = $120 = 2^2 \cdot 30$;

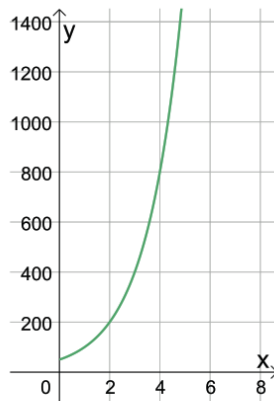
Untuk $x = 3$, banyak bakteri = $240 = 2^3 \cdot 30$;

Untuk $x = 4$, banyak bakteri = $480 = 2^4 \cdot 30$;

Pertumbuhan bakteri dapat dimodelkan dengan fungsi eksponen

$$f(x) = 30 \cdot (2^x)$$

2. Grafik fungsi eksponen pertumbuhan bakteri $f(x) = 30 \cdot (2^x)$ dapat digambarkan sebagai berikut.



Gambar 1.4 Grafik Fungsi $f(x) = 30.(2^x)$

3. Jam ke-5 terjadi pada fase ke-10 (ingat kembali pembelahan terjadi setiap 30 menit), sehingga:

$$\begin{aligned} f(10) &= 30.(2^{10}) \\ &= 30.(1024) \\ &= 30.720 \end{aligned}$$

Jadi banyak bakteri yang tumbuh pada jam ke-5 atau fase ke-10 adalah 30.720

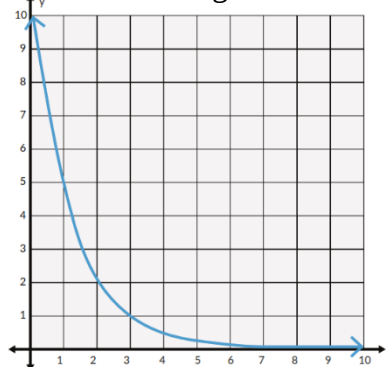


Ayo Berpikir Kritis

Jika banyak bakteri pada awal pengamatan adalah 50, 100, dan 200, bagaimana kalian memodelkan pertumbuhan bakteri tersebut?

b. Peluruhan Eksponen

Fungsi eksponen tidak hanya menggambarkan pertumbuhan yang signifikan dari waktu ke waktu. Fungsi eksponen juga menggambarkan penurunan secara konsisten pada periode waktu tertentu. Ini disebut peluruhan eksponen. Perhatikan grafik fungsi peluruhan eksponen di bawah ini. Apa perbedaannya dengan grafik pertumbuhan eksponen? Diskusikan dengan teman kalian.



Gambar 1.5 Grafik Fungsi Peluruhan Eksponen

Fungsi peluruhan eksponen dapat dituliskan sebagai

$$f(x) = n \times a^x,$$

dengan $0 < a < 1$, n bilangan real tak nol, x adalah sebarang bilangan real.

Contoh 5

Obat penahan rasa sakit disuntikkan kepada pasien yang mengalami luka berat akibat kecelakaan. Dosis obat yang disuntikkan adalah 50 mikrogram. Satu jam setelah penyuntikan, setengah dosis tersebut akan luruh dan dikeluarkan dari dalam tubuh. Proses tersebut akan terus berulang setiap jam.

1. Berapa banyak dosis obat yang masih tertinggal di dalam tubuh pasien setelah 1 jam, 2 jam, dan 3 jam?
2. Bagaimana model matematika yang dapat menyatakan peluruhan dosis obat tersebut ?

Alternatif Penyelesaian:

1. Dosis awal = 50 mikrogram

Misalkan dosis pada x waktu dilambangkan dengan $f(x)$, maka

$$f(0) = 50$$

$$f(1) = \frac{1}{2} \times 50 = 25$$

$$f(2) = \frac{1}{2} \times 25 = 12,5$$

$$f(3) = \frac{1}{2} \times 12,5 = 6,25$$

Jadi, dosis pada 1 jam pertama tersisa 25 mikrogram, pada 2 jam pertama tersisa 12,5 mikrogram, dan setelah 3 jam tersisa 6,25 mikrogram.

2. Berdasarkan bagian a, fungsi eksponen yang dapat menyatakan peluruhan dosis obat tersebut dari dalam tubuh pasien pada jam tertentu adalah $f(x) = 50 \left(\frac{1}{2}\right)^x$ dengan x adalah waktu yang dibutuhkan obat tersebut untuk meluruh sebanyak setengah dosis dari dosis sebelumnya.



Ayo Berdiskusi

Diskusikan mengapa fungsi $f(x) = 50 \left(\frac{1}{2}\right)^x$ dapat menggambarkan permasalahan di atas.

1. Bentuk Akar

Pengakaran (penarikan akar) suatu bilangan merupakan kebalikan dari pemangkatan suatu bilangan. Akar dilambangkan dengan notasi " $\sqrt{\quad}$ ".

Untuk setiap bilangan pangkat rasional $\frac{m}{n}$, di mana m dan n adalah bilangan

bulat dan $n > 0$, didefinisikan

$$a^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{a})^m \text{ atau } a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

Akar ke- n atau akar pangkat n dari suatu bilangan a dituliskan sebagai $\sqrt[n]{a}$, dengan a adalah bilangan pokok/basis dan n adalah indeks/eksponen akar. Bentuk akar dapat diubah menjadi bentuk pangkat dan sebaliknya. Sebelum mempelajari bentuk akar, kamu harus memahami konsep bilangan rasional dan irrasional terlebih dahulu.

Bilangan rasional berbeda dengan bilangan irrasional. Bilangan rasional adalah bilangan real yang dapat dinyatakan dalam bentuk $\frac{a}{b}$, dengan a dan b bilangan bulat dan $b \neq 0$. Karena itu, bilangan rasional terdiri atas bilangan bulat, bilangan pecahan biasa, dan bilangan pecahan campuran. Sedangkan bilangan irrasional adalah bilangan real yang bukan bilangan rasional. Bilangan irrasional merupakan bilangan yang mengandung pecahan desimal tak berhingga dan tak berpola. Contoh bilangan irrasional, misalnya $\sqrt{2} = 1,414213562373\dots$, $e = 2,718\dots$, dan $\pi = 3,141592653\dots$

Bilangan irrasional yang menggunakan tanda akar ($\sqrt{\quad}$) dinamakan bentuk akar. Tetapi ingat, tidak semua bilangan yang berada dalam tanda akar merupakan bilangan irrasional. Contoh: $\sqrt{25}$ dan $\sqrt{64}$ bukan bentuk akar, karena nilai $\sqrt{25}$ adalah 5 dan nilai $\sqrt{64}$ adalah 8, keduanya bukan bilangan irrasional.

Agar lebih jelas, perhatikan contoh berikut.

1. $\sqrt{20}$ adalah bentuk akar
2. $\sqrt[3]{27}$ bukan bentuk akar, karena $\sqrt[3]{27} = 3$

a. Hubungan Bilangan Pangkat dan Akar

Perlu diketahui bahwa bilangan berpangkat memiliki hubungan dengan bentuk akar. Berdasarkan Sifat eksponen, jika a adalah bilangan real dengan $a > 0$, $\frac{p}{n}$ dan $\frac{m}{n}$ adalah bilangan pecahan dengan $n \neq 0$, maka $\left(a^{\frac{m}{n}}\right)\left(a^{\frac{p}{n}}\right) = (a)^{\frac{m+p}{n}}$

Dengan demikian $p^{\frac{1}{2}} \times p^{\frac{1}{2}} = p^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}} = p$ dan perhatikan bahwa $\sqrt{p} \times \sqrt{p} = p$ sehingga dapat disimpulkan $p^{\frac{1}{2}} = \sqrt{p}$

b. Operasi pada Bentuk Akar

1) Operasi Penjumlahan dan Pengurangan Bentuk Akar

Operasi penjumlahan dan pengurangan pada bentuk akar dapat dilakukan apabila bentuk akarnya senama. Bentuk akar senama adalah bentuk akar yang mempunyai eksponen dan basis sama. Untuk setiap p , q , dan r adalah bilangan real dan $r \geq 0$ berlaku sifat-sifat berikut.

$$p^n \sqrt[n]{r} + q^n \sqrt[n]{r} = (p + q) \sqrt[n]{r}$$

$$p^n \sqrt[n]{r} - q^n \sqrt[n]{r} = (p - q) \sqrt[n]{r}$$

Perhatikan contoh berikut ini!

Tentukan hasil penjumlahan dan pengurangan berikut dalam bentuk yang sederhana!

1. $3\sqrt{5} + 4\sqrt{5} = (3 + 4)\sqrt{5} = 7\sqrt{5}$
2. $\sqrt{5} + \sqrt{3}$ (tidak dapat disederhanakan karena akarnya tidak senama)
3. $2^3\sqrt[3]{4} - 3^3\sqrt[3]{4} = (2 - 3)^3\sqrt[3]{4} = -^3\sqrt[3]{4}$

2) Operasi Perkalian dan Pembagian Bentuk Akar

Pada pangkat pecahan telah dinyatakan bahwa $a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}$. Sifat perkalian dan pembagian bentuk akar dapat dicermati pada beberapa contoh berikut.

Contoh:

1. $\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2^{\frac{3}{3}} = 2$
2. $\sqrt[6]{64} = \sqrt[6]{2^6} = 2^{\frac{6}{6}} = 2$
3. $4^3\sqrt{5} \times 2^3\sqrt{7} = (4 \times 2)^3\sqrt{5 \times 7} = 8^3\sqrt{35}$
4. $\frac{3^3\sqrt[3]{4}}{4^3\sqrt[3]{5}} = \frac{3}{4}^3\sqrt[3]{\frac{4}{5}}$

c. Merasionalkan Bentuk Akar

Untuk merasionalkan bentuk akar, maka yang dapat dilakukan adalah dengan mengalikannya dengan bentuk akar sekawannya. Untuk merasionalkan bentuk $\frac{a}{\sqrt{b}}$

dilakukan dengan cara mengalikan dengan sekawannya yaitu $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}}$ sehingga diperoleh:

$$\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a}{\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{a}{b} \sqrt{b}$$

Untuk merasionalkan bentuk $\frac{c}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$, $\frac{c}{a+\sqrt{b}}$, $\frac{c}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$, dan $\frac{c}{a-\sqrt{b}}$ dilakukan dengan mengalikannya dengan sekawannya. Bentuk $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ dan $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ adalah sekawan, serta bentuk $a + \sqrt{b}$ dan $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ juga sekawan.



Ayo Berpikir Kreatif

Coba rasionalkan bentuk-bentuk ini: $\frac{c}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$, $\frac{c}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}$, $\frac{c}{a + \sqrt{b}}$, dan $\frac{c}{a - \sqrt{b}}$



Ayo Berdiskusi

Diskusikan cara yang kamu gunakan.

RUBRIK PENILAIAN LKPD

Aspek	Berkembang	Mulai Berkembang	Mahir	Sangat Mahir
Isi Permasalahan	Siswa kurang mampu memahami dan mengidentifikasi permasalahan yang diberikan dan menuliskan penyelesaian permasalahan masih belum jelas	Siswa mampu memahami dan mengidentifikasi permasalahan yang diberikan. Dan menuliskan penyelesaian sudah cukup jelas tetapi masih terlalu panjang	Siswa mampu memahami dan mengidentifikasi dan menuliskan secara jelas penyelesaian permasalahan yang diberikan	Siswa mampu memahami dan mengidentifikasi dan menuliskan secara jelas penyelesaian permasalahan yang diberikan serta menghubungkan penyelesaian terhadap permasalahan yang diberikan
Presentasi	Belum Dapat difahami peserta lain	Sudah dapat difahami peserta dengan jelas peserta lain tetapi masih terlalu panjang	Sudah dapat difahami dengan jelas oleh peserta lain dengan sesuai dengan pedoman penilaian	Sudah sangat dapat difahami dengan jelas oleh peserta lain dengan sesuai dengan pedoman penilaian dan mampu menggunakan di permasalahan lain.

TES TULIS PERTEMUAN 1

1. Seorang peneliti di sebuah lembaga penelitian sedang mengamati pertumbuhan suatu bakteri di sebuah laboratorium mikrobiologi. Pada kultur bakteri tertentu, satu bakteri membelah menjadi r bakteri setiap jam. Hasil pengamatan menunjukkan bahwa jumlah bakteri bertambah secara eksponensial, pada 1 jam pertama jumlah bakteri menjadi 1.000. Setelah 2 jam kemudian jumlah bakteri tersebut menjadi 16.000 bakteri. Tentukan jumlah pembelahan bakteri setelah 8 jam. Dan buatlah model matematika menggunakan konsep eksponen dari permasalahan tersebut.
2. Hitunglah hasil operasi bilangan pangkat berikut ini:
 - a. $2^5 \times 2^2 \times 2^4$
 - b. $2^5 \times 6^2 \times 3^4$
 - c. $\frac{2^3 \times 4^2 \times 3^3}{6^2}$
 - d. $\frac{(-2)^3 \times 3^3}{(-4)^2}$

PEDOMAN PENILAIAN

No	Butir Soal	Alternatif Jawaban	Bobot Soal
1	Seorang peneliti di sebuah lembaga penelitian sedang mengamati pertumbuhan suatu bakteri di sebuah laboratorium mikrobiologi. Pada kultur bakteri tertentu, satu bakteri membelah menjadi r bakteri setiap jam. Hasil pengamatan menunjukkan bahwa jumlah bakteri bertambah secara eksponensial, pada 1 jam pertama jumlah bakteri menjadi 1.000. Setelah 2 jam kemudian jumlah bakteri tersebut menjadi 16.000 bakteri. Tentukan jumlah pepmbelahan bakteri setelah 8 jam. Dan buatlah model matematika menggunakan konsep eksponen dari permasalahan tersebut.	Sebagai langkah awal buat model matematika tentang laju pertumbuhan bakteri terhadap waktu setiap jam. Misalkan jumlah bakteri pada awalnya ($t = 0$) adalah x_0 $x_1 = x_0 \times r = 1000$ $x_3 = x_0 \times r \times r \times r = x_0 \times r^3$ $= 16000$ Dari hal diatas diperoleh: $\frac{x_3}{x_1} = \frac{16000}{1000}$ $\frac{x_0 \times r^3}{x_0 \times r} = 16$ $r^2 = 16$ $r = 4$ $x_0 \times r = 1000$ $x_0 \times 4 = 1000$ $x_0 = 250$ Maka model matematikanya adalah $x_t = 250 \times 2^t$ Maka jumlah bakteri setelah 8 jam adalah $x_8 = 250 \times 2^8$ $x_8 = 250 \times 256 = 64.000$	60
2	Hitunglah hasil operasi bilangan pangkat berikut ini: a. $2^5 \times 2^2 \times 2^4$ b. $2^5 \times 6^2 \times 3^4$ c. $\frac{2^3 \times 4^2 \times 3^3}{6^2}$ d. $\frac{(-2)^3 \times 3^3}{(-4)^2}$	a. $2^5 \times 2^2 \times 2^4$ $= (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2)$ $= 32 \times 4 \times 16 = 2048$ b. $2^5 \times 6^2 \times 3^4$ $= (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (6 \times 6) \times (3 \times 3 \times 3 \times 3)$ $= 32 \times 36 \times 81 = 93312$ c. $\frac{2^3 \times 4^2 \times 3^3}{6^2}$ $= \frac{(2 \times 2 \times 2) \times (4 \times 4) \times (3 \times 3 \times 3)}{(6 \times 6)}$	10 10 10 10

		$= \frac{8 \times 16 \times 27}{36} = 96$	
		$\text{d. } \frac{(-2)^3 \times 3^3}{(-4)^2}$ $= \frac{(-2 \times -2 \times -2) \times (3 \times 3 \times 3)}{(-4 \times -4)}$ $= \frac{-8 \times 27}{16} = -\frac{27}{2}$	

REMIDIAL DAN PENGAYAAN

PERTEMUAN 1

A. REMIDIAL

1. Amoeba merupakan makhluk hidup bersel satu yang berkembang biak dengan cara membelah diri. Disebuah lembaga penelitian terlihat amoeba membelah diri menjadi dua setiap jamnya. Maka hitunglah jumlah amoeba tersebut setelah membelah diri selama 6 jam dan buatlah model matematikanya !
2. Hitunglah hasil operasi bilangan pangkat berikut ini:
 - a. $2^2 \times 2^3 \times 2^4$
 - b. $2^3 \times 5^2 \times 3^3$

B. PENGAYAAN

1. Suatu zat yang disuntikkan ke dalam tubuh manusia akan dikeluarkan dari darah melalui ginjal. Setiap 1 jam separuh zat itu dikeluarkan oleh ginjal. Bila 100 mg zat itu disuntikkan ke tubuh manusia, berapa miligram zat itu tersisa dalam darah setelah:
 - 1) 1 jam?
 - 2) 2 jam?
 - 3) 8 jam?
 - 4) Buatlah model matematika pengurangan zat tersebut dari tubuh melalui ginjal!
2. Hitunglah hasil operasi bilangan pangkat berikut ini:
 - a. $\frac{2^2}{3^2} \times 3^3 + \frac{3}{2^3} \times 2^6$
 - b. $(-2)^3 \times (-5)^2 \times (-3)^3$
3. Jika $a = 2$ dan $b = 3$, tentukan nilai dari
$$(a - b)^2 \left(\frac{a + b}{b - a} \right)^3 \frac{1}{(a + b)^2}$$

TES TULIS PERTEMUAN 2

1. Buktikan sifat eksponen nomor 6 dan 7.
2. Tentukan nilai p sedemikian sehingga persamaan berikut ini tepat
 - a. $(3^4)^2 = 3^p$
 - b. $b^p \cdot b^5 = b^9$
 - c. $(3\pi)^p = 27\pi^3$
3. Sederhanakanlah :
 - a. $\left(\frac{2^4 \times 3^6}{2^3 \times 3^2}\right)^3$
 - b. $(3u^3v^5)(9u^4v)$
 - c. $\left(\frac{n^{-1}r^4}{5n^{-6}r^{-4}}\right)^2, n \neq 0, r \neq 0$

PEDOMAN PENILAIAN

No	Butir Soal	Alternatif Jawaban	Bobot Soal
1.	Buktikan sifat eksponen nomor 6 dan 7	Sifat 6: $\left(a^{\frac{m}{n}}\right)\left(a^{\frac{p}{n}}\right) = \left(a\right)^{\frac{m+p}{n}}$ dengan $a > 0, \frac{m}{n}$ dan $\frac{p}{n}$ bilangan rasional dengan $n \neq 0$ Bukti: $\left(a^{\frac{m}{n}}\right)\left(a^{\frac{p}{n}}\right) = \left(a\right)^{\frac{m}{n}+\frac{p}{n}}$ $\left(a^{\frac{m}{n}}\right)\left(a^{\frac{p}{n}}\right) = \left(a\right)^{\frac{m+p}{n}}$ Sifat 7: $\left(a^{\frac{m}{n}}\right)\left(a^{\frac{p}{q}}\right) = \left(a\right)^{\frac{m}{n}+\frac{p}{q}}$ dengan $a > 0, \frac{m}{n}$ dan $\frac{p}{q}$ bilangan rasional dengan $n, q \neq 0$ Bukti: Dengan menggunakan Sifat 1 maka berlaku $\left(a^{\frac{m}{n}}\right)\left(a^{\frac{p}{q}}\right) = \left(a\right)^{\frac{m}{n}+\frac{p}{q}}$	20 20
2.	Tentukan nilai p sedemikian sehingga persamaan berikut ini tepat a. $(3^4)^2 = 3^p$ b. $b^p \cdot b^5 = b^9$ c. $(3\pi)^p = 27\pi^3$	a. $(3^4)^2 = 3^8 = 3^p$ Jadi nilai $p = 8$ b. $b^p \cdot b^5 = b^{p+5} = b^9$ Jadi nilai $p = 4$ c. $(3\pi)^p = 3^p\pi^p = 27\pi^3$ Jadi nilai $p = 3$	5 5 5
3.	Sederhanakanlah : a. $\left(\frac{2^4 \times 3^6}{2^3 \times 3^2}\right)^3$ b. $(3u^3v^5)(9u^4v)$ c. $\left(\frac{n^{-1}r^4}{5n^{-6}r^{-4}}\right)^2, n \neq 0, r \neq 0$	a. $\left(\frac{2^4 \times 3^6}{2^3 \times 3^2}\right)^3 = (2^{4-3} \times 3^{6-2})^3$ $= (2^1 \times 3^4)^3$ $= 2^{1 \cdot 3} \times 3^{4 \cdot 3}$ $= 2^3 \times 3^{12}$ b. $(3u^3v^5)(9u^4v) = 3 \cdot 9 \cdot u^{3+4} \cdot v^{5+1}$ $= 3 \cdot 3^2 \cdot u^{3+4} \cdot v^{5+1}$ $= 3^{1+2} \cdot u^{3+4} \cdot v^{5+1}$ $= 3^3 \cdot u^7 \cdot v^6$ c. $\left(\frac{n^{-1}r^4}{5n^{-6}r^{-4}}\right)^2 = \left(\frac{n^{-1-(-6)}r^{4+4}}{5}\right)^2$ $= \left(\frac{n^{-1+6}r^{4+4}}{5}\right)^2$	15 15 15

		$= \left(\frac{n^5 r^8}{5} \right)^2$ $= \frac{n^{10} r^{16}}{5}$	
--	--	--	--

REMIDIAL DAN PENGAYAAN

PERTEMUAN 2

A. REMIDIAL

1. Sederhanakan bentuk pangkat berikut.

- a. $m^5 \times m^7$
- b. $2a^5 \times 5a^2 \times 3a$
- c. $5^{10} \div 5^8$
- d. $(2p^3q^5r^2) \div (4pq^2r^2)$

2. Sederhanakan bentuk pangkat berikut.

a. $\frac{3^{-7} \times 3^6}{3^{-5} \times 3^{-4}}$

b. $\left(\frac{x^3}{y^2z}\right)^5$

c. $\frac{(a^2b^{-3})^4}{(a^2b^6)^{-1}}$

B. PENGAYAAN

1. Sederhanakanlah hasil operasi bilangan berpangkat berikut :

- a. $2^5 \times 2^9 \times 2^{12}$
- b. $\frac{(-5)^6 \times 25^2}{125}$
- c. $\left(\frac{24a^3 \times b^8}{6a^5 \times b}\right) \times \left(\frac{4b^3 \times a}{2a^3}\right)^2$

2. Jika $a = 2$ dan $b = 3$, tentukan nilai dari

$$(a - b)^{-3} \left(\frac{a + b}{b - a}\right)^{-2} \frac{1}{(a + b)^{-3}}$$

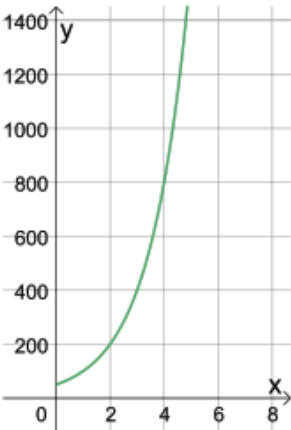
3. Tentukan hasil dari

$$\frac{(2^{n+2})^2 - 2^2 \times 2^{2n}}{2^n \times 2^{n+2}}$$

TES TULIS PERTEMUAN 3 & 4

1. Bakteri E.coli menyebabkan penyakit diare pada manusia. Seorang peneliti mengamati pertumbuhan 50 bakteri ini pada sepotong makanan dan menemukan bahwa bakteri ini membelah menjadi 2 setiap seperempat jam.
 - a. Gambarkan tabel dan grafik yang menunjukkan pertumbuhan bakteri ini dari fase 0 sampai fase 5.
 - b. Modelkan fungsi yang menggambarkan pertumbuhan bakteri E.coli setiap seperempat jam.
 - c. Prediksi berapa banyaknya bakteri setelah 3 dan 4 jam pertama.
2. Dua ratus mg zat disuntikkan ke dalam tubuh pasien yang menderita penyakit kanker paru-paru. Zat tersebut akan dikeluarkan dari dalam tubuh melalui ginjal setiap jam. Jika setiap 1 jam 50% zat tersebut dikeluarkan dari dalam tubuh pasien, berapa mg zat tersebut yang masih tersisa di dalam tubuh pasien setelah 5 jam?

PEDOMAN PENILAIAN

No	Butir Soal	Alternatif Jawaban	Bobot Soal														
1.	Bakteri E.coli menyebabkan penyakit diare pada manusia. Seorang peneliti mengamati pertumbuhan 50 bakteri ini pada sepotong makanan dan menemukan bahwa bakteri ini membelah menjadi 2 setiap seperempat jam. a. Gambarkan tabel dan grafik yang menunjukkan pertumbuhan bakteri ini dari fase 0 sampai fase 5. b. Modelkan fungsi yang menggambarkan pertumbuhan bakteri E.coli setiap seperempat jam. c. Prediksi berapa banyaknya bakteri setelah 3 dan 4 jam pertama	Jumlah bakteri E. coli di awal adalah 50 bakteri dan membelah menjadi dua setiap 15 menit. a. Tabel Pertumbuhan Bakteri <table><tr><th>Fase Pertumbuhan (15 menit)</th><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr><tr><th>Banyak bakteri</th><td>50</td><td>100</td><td>200</td><td>400</td><td>800</td><td>1.600</td></tr></table> Gambar grafik fungsinya adalah sebagai berikut:  b. Fungsi tersebut digambarkan dalam fungsi $f(x) = 50 \cdot (2^x)$ c. Setelah 3 jam pertama berarti fase pertumbuhan bakteri berada pada fase ke-12 (bakteri membelah setiap 15 menit).Banyak bakteri adalah: $f(x) = 50 \cdot (2^{12})$ $f(x) = 50 \times 4.096$ $f(x) = 204.800$ Setelah 4 jam pertama berarti fase pertumbuhan bakteri berada pada fase ke-16 (bakteri membelah setiap 15 menit). Banyak bakteri adalah: $f(x) = 50 \cdot (2^{16})$ $f(x) = 50 \times 65.536$ $f(x) = 3.276.800$	Fase Pertumbuhan (15 menit)	0	1	2	3	4	5	Banyak bakteri	50	100	200	400	800	1.600	60
Fase Pertumbuhan (15 menit)	0	1	2	3	4	5											
Banyak bakteri	50	100	200	400	800	1.600											

2.	Dua ratus mg zat disuntikkan ke dalam tubuh pasien yang menderita penyakit kanker paru-paru. Zat tersebut akan dikeluarkan dari dalam tubuh melalui ginjal setiap jam. Jika setiap 1 jam 50% zat tersebut dikeluarkan dari dalam tubuh pasien, berapa mg zat tersebut yang masih tersisa di dalam tubuh pasien setelah 5 jam?	Zat yang disuntikkan ke dalam tubuh pasien adalah 200 mg. Zat yang dikeluarkan setiap jamnya adalah 50%. Banyak zat yang masih tersisa di dalam tubuh pasien adalah: $f(x) = 200 \left(\frac{1}{2}\right)^x$ Setelah 5 jam, maka banyak zat yang tersisa di dalam tubuh pasien adalah: $f(5) = 200 \left(\frac{1}{2}\right)^5$ $f(5) = 200 \times 0,03125$ $f(5) = 6,25$ Sehingga banyaknya zat yang masih tersisa di dalam tubuh pasien adalah 6,25 mg.	40
----	--	---	----

REMIDIAL DAN PENGAYAAN

PERTEMUAN 3 & 4

A. REMIDIAL

1. Seorang peneliti mengamati pertumbuhan bakteri selama beberapa jam. Setelah diamati, bakteri tersebut membelah menjadi n bakteri setiap jam. Setelah diamati, jumlah bakteri pada 2 jam pertama adalah 8.000 bakteri. Dua jam kemudian jumlah bakteri sudah mencapai 32.000 bakteri. Berapakah jumlah bakteri setelah 10 jam?
2. Massa suatu zat radioaktif adalah 0,3 kg pada pukul 10 pagi. Tingkat peluruhan zat radioaktif tersebut adalah 15 % setiap jam. Berapakah jumlah zat radioaktif tersebut 8 jam kemudian?

B. PENGAYAAN

1. Pada tahun 2015 kasus positif HIV-AIDS berjumlah sekitar 36 juta jiwa. Jumlah ini meningkat rata-rata 2% setiap tahun dari tahun 2010 hingga 2015. Jika peningkatan kasus positif HIV di tahun-tahun berikutnya diprediksi bertambah secara eksponen pada peningkatan 2% setiap tahun, berapa banyak kasus yang terjadi pada tahun 2020?
2. Sebuah bola basket dijatuhkan dari ketinggian 3 meter. Bola tersebut menyentuh tanah dan kemudian melambung kembali setinggi dari tinggi sebelumnya. Bola tersebut terpantul dan melambung kembali dengan ketinggian yang sama sampai akhirnya benar-benar berhenti melambung dan jatuh ke tanah.
 - a. Gambarkan grafik fungsi perubahan ketinggian lambungan bola hingga akhirnya menyentuh tanah.
 - b. Pada lambungan ke berapa, bola akhirnya berhenti melambung?

TES TULIS PERTEMUAN 5

1. Sederhanakan bentuk akar berikut ini.

a. $\left(\frac{8x^5y^{-4}}{16y^{-\frac{1}{4}}}\right)^{\frac{1}{2}}$ b. $(5\sqrt{x^5})(3^3\sqrt{x})$

2. Rasionalkan bentuk berikut ini.

a. $\frac{2}{\sqrt[4]{b^3}}$

b. $\frac{2}{\sqrt{3} + \sqrt{5}}$

c. $\frac{m}{\sqrt{m} + n}$

PEDOMAN PENILAIAN

No	Butir Soal	Alternatif Jawaban	Bobot Soal
1.	Sederhanakan bentuk akar berikut ini. a. $\left(\frac{8x^5y^{-4}}{16y^{-\frac{1}{4}}}\right)^{\frac{1}{2}}$ b. $(5\sqrt{x^5})(3^3\sqrt{x})$	a. $\left(\frac{8x^5y^{-4}}{16y^{-\frac{1}{4}}}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{(2^3)^{\frac{1}{2}}(x^5)^{\frac{1}{2}}(y^{-4})^{\frac{1}{2}}}{(2^4)^{\frac{1}{2}}\left(y^{-\frac{1}{4}}\right)^{\frac{1}{2}}}$ $= \frac{(2)^{\frac{3}{2}}(x)^{\frac{5}{2}}(y)^{-2}}{2^2(y)^{-\frac{1}{8}}}$ $= (2)^{\frac{3}{2}-2}(x)^{\frac{5}{2}}(y)^{-2+\frac{1}{8}}$ $= \frac{(x)^{\frac{5}{2}}}{2^{\frac{1}{2}}(y)^{\frac{15}{8}}}$ b. $(5\sqrt{x^5})(3^3\sqrt{x}) = \left(5x^{\frac{5}{2}}\right)\left(3x^{\frac{1}{2}}\right)$ $= 15x^{\frac{5}{2}+\frac{1}{2}}$ $= 15x^{\frac{15+2}{6}}$ $= 15x^{\frac{17}{6}}$	20 20
2.	Rasionalkan bentuk berikut ini. a. $\frac{2}{\sqrt[4]{b^3}}$ b. $\frac{2}{\sqrt{3} + \sqrt{5}}$ c. $\frac{m}{\sqrt{m} + n}$	a. $\frac{2}{\sqrt[4]{b^3}} = \frac{2}{\sqrt[4]{b^3}} \times \frac{\sqrt[4]{b}}{\sqrt[4]{b}}$ $= \frac{2\sqrt[4]{b}}{\sqrt[4]{b^4}}$ $= \frac{2\sqrt[4]{b}}{b}$ b. $\frac{2}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{3} - \sqrt{5}}{\sqrt{3} - \sqrt{5}}$ $= \frac{2(\sqrt{3} - \sqrt{5})}{(\sqrt{3} + \sqrt{5})(\sqrt{3} - \sqrt{5})}$ $= \frac{2(\sqrt{3} - \sqrt{5})}{3 - 5}$ $= \frac{2(\sqrt{3} - \sqrt{5})}{-2}$ $= -(\sqrt{3} - \sqrt{5})$	20 20

		c. $\frac{m}{\sqrt{m} + n} = \frac{m}{\sqrt{m} + n} \times \frac{\sqrt{m} - n}{\sqrt{m} - n}$ $= \frac{m(\sqrt{m} - n)}{(\sqrt{m} + n)(\sqrt{m} - n)}$ $= \frac{m(\sqrt{m} - n)}{m - n^2}$	20
--	--	--	----

REMIDIAL DAN PENGAYAAN

PERTEMUAN 5

A. REMIDIAL

1. Sederhanakan bentuk akar berikut ini.

a. $\left(a^{\frac{2}{3}} \cdot b^4\right)^{\frac{1}{4}}$ b. $(3\sqrt{x^3})(\sqrt[3]{x})$

2. Rasionalkan bentuk berikut ini.

a. $\frac{2}{\sqrt{5}}$
b. $\frac{2}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$
c. $\frac{1}{\sqrt{5} + 2}$

B. PENGAYAAN

1. Sederhanakan bentuk akar berikut ini.

a. $\left(\frac{x^{-5}y^4}{xy^3}\right)^2 \times \left(\frac{x^7y^{-3}}{x^{-4}y^6}\right)^{-\frac{1}{2}}$ b. $\frac{x^{-\frac{3}{2}} \cdot \sqrt[3]{y^2}}{y^{\frac{1}{3}} - x^{\frac{1}{2}}}$

2. Rasionalkan bentuk berikut ini.

a. $\frac{\sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[3]{b}}$
b. $\frac{2\sqrt{3} + \sqrt{5}}{2\sqrt{3} - \sqrt{5}}$
c. $\frac{12}{\sqrt{8 - 2\sqrt{15}}}$

GLOSARIUM

eksponen: nilai yang menunjukkan derajat kepangkatan suatu bilangan.

fungsi eksponen: fungsi berbentuk perpangkatan dengan variabel bebasnya adalah pangkat dari konstanta fungsi tersebut.

pertumbuhan eksponen: peningkatan secara eksponensial pada kurun waktu tertentu.

peluruhan eksponen: penurunan secara eksponensial pada kurun waktu tertentu.

DAFTAR PUSTAKA

- Gumilar, Hendi Senja. 2008. *Matematika kelompok seni, pariwisata, dan teknologi kerumahtanggaan: untuk kelas X SMK/MAK*. Jakarta: Pusat Perbukuan, Departemen Pendidikan Nasional
- Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan. 2014, *Buku Siswa Matematika SMA/MA/SMK/MAK Kelas X edisi revisi 2014* . Jakarta : Pusat Kurikulum dan Perbukuan, Balitbang, Kemdikbud
- Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan. 2014, *Buku Guru Matematika SMA/MA/SMK/MAK Kelas X edisi revisi 2014* . Jakarta : Pusat Kurikulum dan Perbukuan, Balitbang, Kemdikbud
- Susanto, Dicky, dkk. 2021. *Matematika untuk SMA/SMK Kelas X*. Jakarta : Pusat Kurikulum dan Perbukuan, Balitbang, Kemdikbud
- Susanto, Dicky, dkk. 2021. *Buku Panduan Guru Matematika untuk SMA/SMK Kelas X*. Jakarta : Pusat Kurikulum dan Perbukuan, Balitbang, Kemdikbud

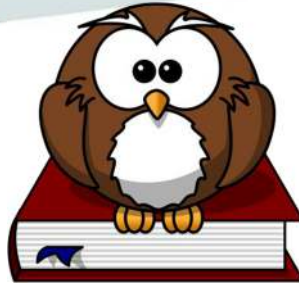
Lembar Kegiatan Peserta Didik 1

KONSEP EKSPONEN

untuk SMK Kelas X (Fase E) Semua Prodi
SMK Negeri 1 Sampang



Durasi 30 Menit



Nama :

Kelas :

Kelompok :

Apa yang akan dipelajari?

Kalian akan belajar mengenai konsep eksponen dan menyelesaikan permasalahan kontekstual yang berkaitan dengan konsep eksponen.

Petunjuk:

Berdiskusilah dan bekerjasamalah dengan teman sebangku untuk menyelesaikan setiap masalah yang disajikan. Kerjakanlah LKPD 1 dengan kreatif, teliti, pantang menyerah, dan tepat waktu.

Info



Bilangan berpangkat sangatlah membantu kita dalam mempersingkat penulisan bilangan yang relatif besar atau kecil sekali, misal: 0,00000099 ditulis dalam bilangan berpangkat menjadi $9,9 \times 10^7$. Adapun orang yang pertama kali menemukan bilangan berpangkat atau eksponen adalah John Napier (1550-1617). John Napier merupakan bangsawan dari Merchiston, Skotlandia.

Bilangan berpangkat/eksponen adalah bentuk perkalian berulang atau perkalian yang dilakukan secara berulang dengan faktor yang sama.

Perhatikan contoh berikut ini !

1. $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ ditulis dengan 2^6
2. $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$ ditulis dengan 5^8
3. $15 \times 15 \times 15 \times 15$ ditulis dengan 15^4
4. $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$ ditulis dengan 7^{10}
5. $a \times a \times a \times a \times a \times a \times a$ ditulis dengan a^7

Kegiatan 1

Amati permasalahan berikut ini !

Seseorang membawa virus masuk ke wilayah A. Virus tersebut menular ke penduduk di wilayah tersebut dengan cepat. Setelah diamati, orang yang membawa virus tersebut sudah menulari 2 orang lainnya. Pada fase selanjutnya, 2 orang yang tertular tersebut ternyata juga masing-masing menulari 2 orang lainnya. Pada fase berikutnya, 4 orang pada fase sebelumnya juga menulari masing-masing 2 orang lainnya. Pola penularan tersebut terus berlangsung, di mana tidak ada orang yang tertular hingga 2 kali.

Kemudian jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut ini !

1. Lengkapilah tabel di bawah ini yang akan memberikan kalian gambaran penularan virus di setiap fase hingga fase ke-8.

Fase Penularan	1	2	3	4	5	6	7	8
Banyak orang yang tertular	2	4	8					

Dari tabel diatas dapat dibentuk pola perkalian

$$\text{Fase 1} \Rightarrow 2 = 2^1$$

$$\text{Fase 2} \Rightarrow 4 = 2 \times 2 = 2^2$$

$$\text{Fase 3} \Rightarrow 8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$$

$$\text{Fase 4} \Rightarrow \dots = \dots \times \dots \times \dots \times \dots = 2^{\dots}$$

$$\text{Fase 5} \Rightarrow \dots = \dots \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots = 2^{\dots}$$

$$\text{Fase 6} \Rightarrow \dots = \dots \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots = 2^{\dots}$$

$$\text{Fase 7} \Rightarrow \dots = \dots \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots = 2^{\dots}$$

$$\text{Fase 8} \Rightarrow \dots = \dots \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots = 2^{\dots}$$

2. Berapa orang yang tertular virus tersebut pada fase ke-10? Bagaimana kalian mengetahuinya?

3. Jika banyak fase adalah n, bagaimana merepresentasikan banyak orang yang tertular pada fase ke-n tersebut? Bagaimana kalian mengetahuinya?

$$\text{Fase ke-n} \Rightarrow \dots \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots = 2^{\dots}$$

Alasan:

4. Bagaimana hubungan antara fase penularan dan banyaknya orang yang tertular virus di setiap fasenya?



Kegiatan 2

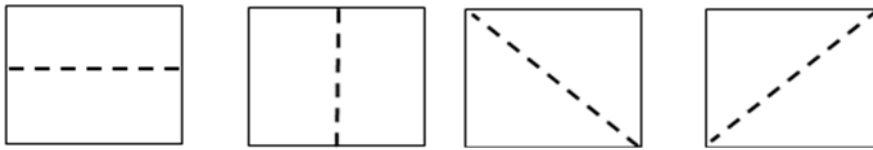
Perhatikan permasalahan berikut.

Diberikan selembar kertas berbentuk persegi panjang. Lipatlah kertas tersebut di tengah-tengah sehingga garis lipatan membagi bidang kertas menjadi dua bidang yang sama. Lipatlah lagi dengan cara yang sama kertas hasil lipatan tadi. Lakukan terus-menerus pelipatan ini. Berapa bidang kertas yang terbentuk setelah lipatan ke-15 dan lipatan ke-n.

Kemudian jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut ini !

1. Cobalah kalian lakukan percobaan secara manual dengan melipat kertas tersebut seperti gambar berikut ini, kemudian kemukakan pendapat kalian!

Cobalah lipat seperti gambar !



2. Lengkapilah tabel di bawah ini yang akan memberikan kalian gambaran banyaknya bidang kertas di setiap lipatan hingga lipatan ke-15 dan ke-n.

Banyak Lipatan	Banyak Bidang Kertas	Pola Perkalian	Bentuk Pangkat
1	2	2	2^1
2	4	$4 = 2 \times 2$	2^2
3	8	$8 = 2 \times 2 \times 2$	2^3
4			
.....			
15			
....			
n	k		

3. Tuliskan kesimpulan tentang apa manfaat mempelajari materi konsep bilangan berpangkat atau konsep eksponen setelah melakukan kegiatan diatas!

Kesimpulan

Lembar Kegiatan Peserta Didik 2

SIFAT-SIFAT EKSPONEN

untuk SMK Kelas X (Fase E) Semua Prodi
SMK Negeri 1 Sampang



Durasi 30 Menit



Nama :

Kelas :

Kelompok :

Apa yang akan dipelajari?

Kalian akan belajar mengenai sifat-sifat eksponen dan menyederhanakan operasi eksponen.

Petunjuk:

Berdiskusilah dan bekerjasamalah dengan anggota kelompokmu untuk menyelesaikan setiap masalah yang disajikan. Kerjakanlah LKPD 2 dengan kreatif, teliti, pantang menyerah, dan tepat waktu.

Info

Johann Elert Bode, seorang astronom Jerman yang dikenal atas reformulasi dan mempopulerkan Hukum Titius-Bode. Model tersebut erat hubungannya dengan eksponen dan telah diterapkan dengan baik terhadap planet-planet yang sudah dikenal, kemudian diketahui bahwa ada planet-planet yang berotasi antara Mars dan Jupiter



Kegiatan 1

Perhatikan tabel yang menunjukkan bentuk eksponen 2^n di bawah ini.

2^n	Hasil Perpangkatan
2^1	2
2^2	4
2^3	8
2^4	16
2^5	32
2^6	64
2^7	128
2^8	256
2^9	512
2^{10}	1024

Sekarang coba kalian amati bentuk eksponen di bawah ini. Selesaikan dan diskusikan dengan teman kelompokmu.

1) $2^2 \cdot 2^3$	4) $\frac{2^8}{2^6}$	7) $(2^3)^3$
2) $2^5 \cdot 2^2$	5) $\frac{2^{10}}{2^3}$	8) $(2^4)^2$
3) $2^3 \cdot 2^7$	6) $\frac{2^6}{2^4}$	9) $(2^2)^5$

➤ **Alternatif Penyelesaian 1**

- 1) $2^2 \cdot 2^3 = 4 \times 8 = 32 = 2^5$
- 2) $2^5 \cdot 2^2 = 32 \times 4 = \dots = 2^{\dots}$
- 3) $2^3 \cdot 2^7 = \dots \times \dots = \dots = 2^{\dots}$

Berdasarkan penyelesaian di atas, apa yang dapat kalian simpulkan dari sifat-sifat eksponen tersebut.

Secara umum dapat disimpulkan bentuk lain dari

$$a^m \cdot a^n = a^{\dots}$$

➤ **Alternatif Penyelesaian 2**

- 4) $\frac{2^8}{2^6} = \frac{256}{64} = 4 = 2^2$
- 5) $\frac{2^{10}}{2^3} = \frac{1024}{8} = \dots = 2^{\dots}$
- 6) $\frac{2^6}{2^4} = \frac{\dots}{\dots} = \dots = \dots$

Berdasarkan penyelesaian di atas, apa yang dapat kalian simpulkan dari sifat-sifat eksponen tersebut.

Secara umum dapat disimpulkan bentuk lain dari

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{\dots}$$

➤ **Alternatif Penyelesaian 3**

- 7) $(2^3)^3 = (8)^3 = 512 = 2^9$
- 8) $(2^4)^2 = (16)^2 = \dots = 2^{\dots}$
- 9) $(2^2)^5 = (\dots)^{\dots} = \dots = \dots$

Berdasarkan penyelesaian di atas, apa yang dapat kalian simpulkan dari sifat-sifat eksponen tersebut.

Secara umum dapat disimpulkan bentuk lain dari

$$(a^m)^n = a^{\dots}$$

Kegiatan 2

Amati dan pahami sifat-sifat eksponen berikut, sifat ini juga disajikan pada buku kalian.

1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, dengan $a \neq 0, m, n$ bilangan bulat
2. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, dengan $a \neq 0, m, n$ bilangan bulat
3. $(a^m)^n = a^{m \times n}$, dengan $a \neq 0, m, n$ bilangan bulat
4. $(ab)^m = a^m \times b^m$ dengan $a, b \neq 0$, dan m bilangan bulat
5. $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$ dengan $b \neq 0$, dan m bilangan bulat
6. $\left(a^{\frac{m}{n}}\right)\left(a^{\frac{p}{n}}\right) = \left(a\right)^{\frac{m+p}{n}}$ dengan $a > 0, \frac{m}{n}$ dan $\frac{p}{n}$ bilangan rasional dengan $n \neq 0$
7. $\left(a^{\frac{m}{n}}\right)\left(a^{\frac{p}{q}}\right) = \left(a\right)^{\frac{m}{n} + \frac{p}{q}}$ dengan $a > 0, \frac{m}{n}$ dan $\frac{p}{q}$ bilangan rasional dengan $n, q \neq 0$

Itu merupakan sifat-sifat yang berlaku pada eksponen. Berikut sifat-sifat eksponen yang perlu kalian ketahui. Kalian sudah membuktikan sifat 1, 2, dan 3. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

1. Setelah mengamati sifat-sifat tersebut terdapat syarat-syarat yang ada pada masing-masing sifat tersebut. Misalnya pada Sifat 1 terdapat syarat nilai $a \neq 0$ dan seterusnya. Tuliskan ulasan kalian tentang syarat-syarat tersebut!

2. Bagaimana kalian membuktikan Sifat 4 dan 5? Diskusikan bersama temanmu.

Sifat 4:

Sifat 5:

Lembar Kegiatan Peserta Didik 3

FUNGSI EKSPONEN

untuk SMK Kelas X (Fase E) Semua Prodi
SMK Negeri 1 Sampang



Durasi 30 Menit



Nama :
Kelas :
Kelompok :

Apa yang akan dipelajari?

Kalian akan belajar mengenai fungsi eksponen dan aplikasinya pada kehidupan sehari-hari.

Petunjuk:

Berdiskusilah dan bekerjasamalah dengan anggota kelompokmu untuk menyelesaikan setiap masalah yang disajikan. Kerjakanlah LKPD 3 dengan kreatif, teliti, pantang menyerah, dan tepat waktu.

Info

Googolplex merupakan angka 10^{googol} , atau satu yang diikuti oleh googol nol.

1 googolplex

$$= 10^{\text{googol}}$$

$$= 10^{(10^{100})}$$



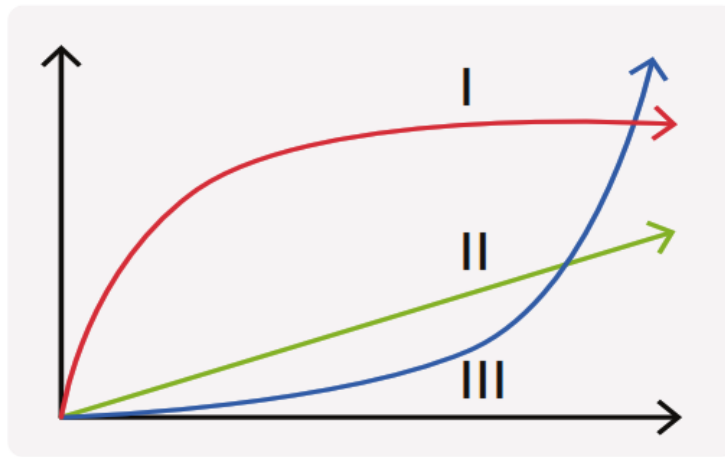
Sekitar tahun 1983, sepupu Edward Kasner, Milton Sirotta (9 tahun) mengeluarkan sebutan googol; Milton kemudian mengartikan sebutan googolplex sebagai “satu, diikuti oleh menulis nol hingga kau tidak sanggup melanjutkannya”.

Kegiatan 1

Perhatikan permasalahan berikut ini.

Seseorang membawa virus dan menulari 3 orang lainnya. Pada fase selanjutnya, setiap orang menulari 3 orang lainnya lagi.

1. Berapakah orang yang akan tertular pada setiap fase selanjutnya?
2. Berapa orang yang akan tertular virus tersebut pada fase ke-20?
3. Manakah dari grafik fungsi berikut ini yang merepresentasikan peningkatan jumlah orang yang tertular virus tersebut jika proses penularan terjadi terus-menerus? Mengapa demikian?



4. Fungsi apakah yang tepat menggambarkan penularan tersebut?

Alternatif Penyelesaian

1. Untuk menentukan banyaknya orang yang tertular pada fase selanjutnya, coba lengkapi tabel penularan berikut dan temukan polanya !

Fase Penularan	1	2	3	4	5	6	7	8
Banyak orang yang tertular	3	9	27					

Dari data tersebut tampak bahwa banyak orang yang tertular virus pada setiap fasenya membentuk sebuah pola

$$\text{Fase 1} \Rightarrow 3 = 3^1$$

$$\text{Fase 2} \Rightarrow 9 = 3^2$$

$$\text{Fase 3} \Rightarrow 27 = 3^3$$

$$\text{Fase 4} \Rightarrow \dots = 3^4$$

$$\text{Fase 5} \Rightarrow \dots = 3^5$$

$$\text{Fase 6} \Rightarrow \dots = 3^6$$

$$\text{Fase 7} \Rightarrow \dots = 3^7$$

Misalkan N adalah banyaknya orang yang tertular virus pada setiap fasenya, maka dapat ditulis

$$N = 3^{\dots}$$

2. Banyaknya orang yang tertular pada fase ke-20 adalah $N = 3^{\dots} = \dots$
3. Dari grafik tersebut diperoleh bahwa yang merepresentasikan peningkatan jumlah orang yang tertular virus tersebut jika proses penularan terjadi terus-menerus adalah **grafik nomor**

Alasan :

4. Fungsi yang tepat menggambarkan penularan virus tersebut adalah.....

Alasan :

Kegiatan 2

Perhatikan definisi Fungsi Eksponen berikut ini !

Sebuah fungsi eksponen dinyatakan dengan

$$f(x) = n \times a^x$$

di mana a adalah bilangan pokok, $a > 0, a \neq 1$, n adalah bilangan real tak nol dan x adalah sebarang bilangan real.

Apakah kalian sudah memahami definisi di atas? Coba diskusikan pertanyaan berikut ini.

1. Bagaimana jika $a = 1$?
2. Bagaimana jika $a = 0$?

jika $a = 1$ dimasukkan kedalam definisi maka diperoleh :

$$f(x) = n \times 1^x$$

Kesimpulan:

jika $a = 0$ dimasukkan kedalam definisi maka diperoleh :

$$f(x) = n \times 0^x$$

Kesimpulan:

Kegiatan 3

Perhatikan ketiga fungsi berikut ini.

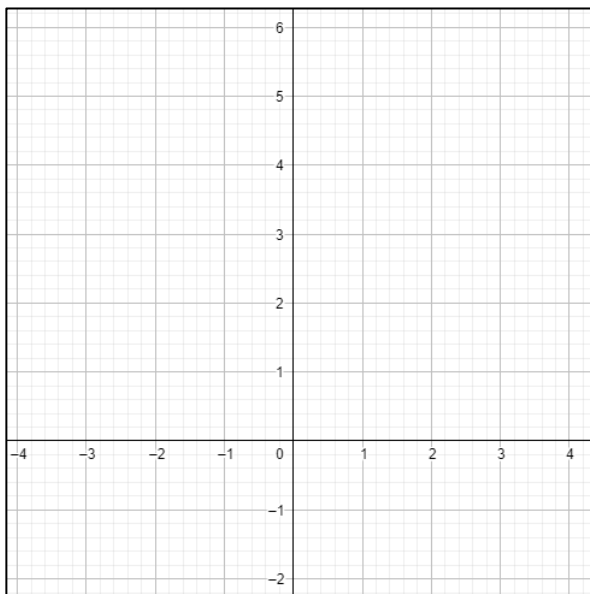
$$f(x) = 2x$$

$$f(x) = 2^x$$

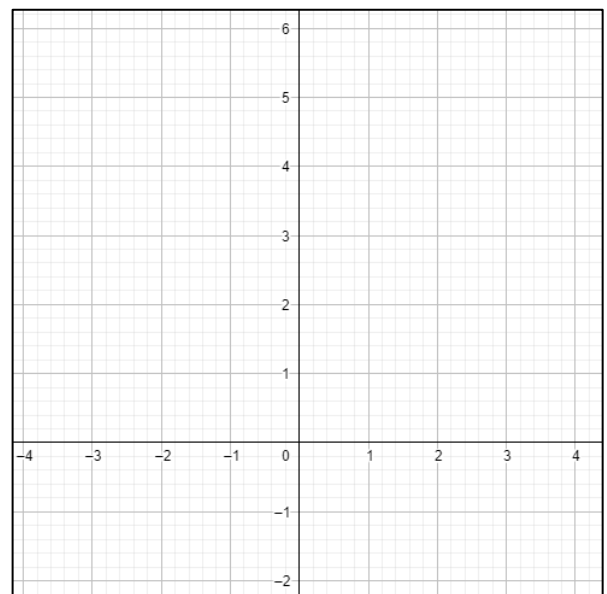
$$f(x) = x^2$$

1. Gambarlah ketiga grafik fungsi tersebut.
2. Apa yang membedakan ketiga grafik fungsi tersebut?
3. Dari ketiga grafik fungsi tersebut, grafik yang manakah yang paling cepat peningkatannya?

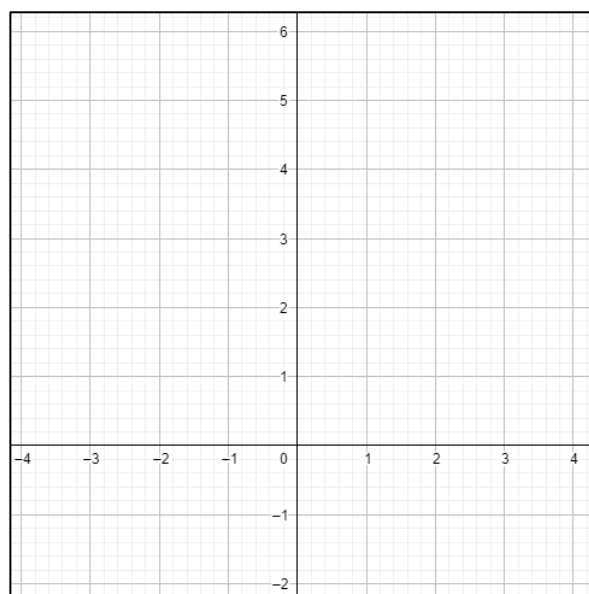
Grafik fungsi $f(x) = 2x$



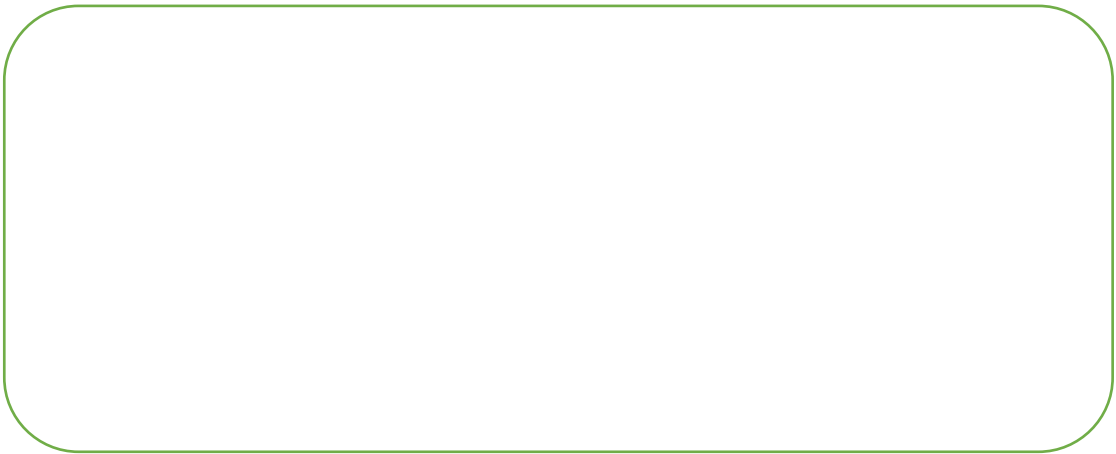
Grafik fungsi $f(x) = 2^x$



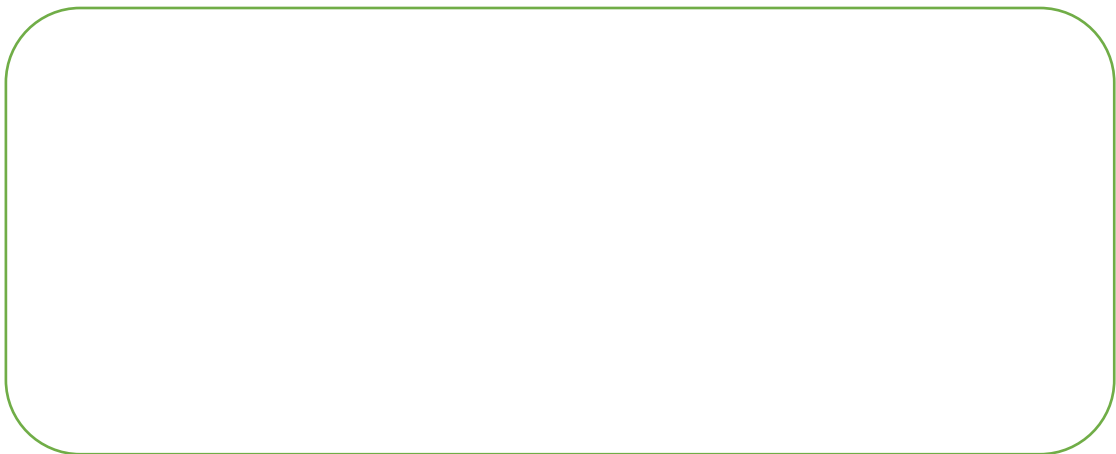
Grafik fungsi $f(x) = x^2$



2. Yang membedakan ketiga grafik fungsi tersebut adalah



3. Dari ketiga grafik fungsi tersebut, grafik yang manakah yang paling cepat peningkatannya adalah



Lembar Kegiatan Peserta Didik 4

BENTUK AKAR

untuk SMK Kelas X (Fase E) Semua Prodi
SMK Negeri 1 Sampang



Durasi 30 Menit



Nama :

Kelas :

Kelompok :

Apa yang akan dipelajari?

Kalian akan belajar mengenai Bentuk akar, hubungannya dengan bentuk pangkat dan merasionalkan bentuk akar.

Petunjuk:

Berdiskusilah dan bekerjasamalah dengan anggota kelompokmu untuk menyelesaikan setiap masalah yang disajikan. Kerjakanlah LKPD 4 dengan kreatif, teliti, pantang menyerah, dan tepat waktu.

Info



Notasi radikal $\sqrt{\quad}$ diperkenalkan pertama kali pada 1525 oleh seorang ahli aljabar Jerman, Christoff Rudolf (1500–1545) dalam bukunya yang berjudul Die Coss. Simbol ini dipilih karenakelihatannya seperti huruf r dari kata radix, yang dalam bahasa latin berarti akar.

Kegiatan 1

Perhatikan kembali Contoh 5 pada pertemuan sebelumnya.

Fungsi eksponen yang menyatakan peluruhan dosis obat di dalam tubuh pasien dituliskan dalam fungsi $f(x) = 50(0,5)^x$ dengan x adalah waktu yang dibutuhkan obat tersebut untuk meluruh sebanyak setengah dosis dari dosis sebelumnya. Jika kalian ingin mengetahui banyaknya dosis yang meluruh setelah 30 menit, bagaimana cara yang kalian lakukan?

Fungsi untuk permasalahan tersebut adalah $f(x) = 50(0,5)^x$

Setelah 30 menit, banyak dosis obat yang meluruh adalah $f\left(\frac{1}{2}\right) = 50(0,5)^{\frac{1}{2}}$

Bentuk lain dari $(0,5)^{\frac{1}{2}}$ adalah $\sqrt{0,5}$. Bentuk ini disebut bentuk akar. Bentuk akar didefinisikan sebagai berikut.

Untuk setiap bilangan pangkat rasional $\frac{m}{n}$, di mana m dan n adalah bilangan

bulat dan $n > 0$, didefinisikan

$$a^{\frac{m}{n}} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m \text{ atau } a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

Dari definisi diatas maka selesaikan beberapa masalah berikut

1. $\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2^{\frac{3}{3}} = \dots$	2. $\sqrt[4]{81} =$
3. $3\sqrt{5} + 4\sqrt{5} = (\dots + \dots)\sqrt{5} = \dots$	4. $\sqrt{5} + \sqrt{3} =$
5. $4\sqrt[3]{5} \times 2\sqrt[3]{7} =$	6. $\frac{3\sqrt[3]{4}}{4\sqrt[3]{5}} =$

Kegiatan 2

Perhatikan definisi Fungsi Eksponen berikut ini !

Apakah bentuk $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ benar? **Jelaskan jawabanmu !**

Jawaban :

Kegiatan 3

Perhatikan pernyataan mengenai merasionalkan bentuk akar berikut

Untuk merasionalkan bentuk $\frac{a}{\sqrt{b}}$ dilakukan dengan cara mengalikan dengan sekawannya yaitu $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}}$ sehingga diperoleh:

$$\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a}{\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{a}{b} \sqrt{b}$$

Coba rasionalkan bentuk-bentuk ini:

1. Bentuk $\frac{c}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$

Untuk merasionalkan bentuk $\frac{c}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ dilakukan dengan cara mengalikan dengan sekawannya yaitu $\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned} \frac{c}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} &= \frac{c}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} \\ &= \frac{c(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})} \\ &= \frac{c(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{(\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} \end{aligned}$$

2. Bentuk $\frac{c}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$

Untuk merasionalkan bentuk $\frac{c}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ dilakukan dengan cara mengalikan dengan sekawannya yaitu $\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned}\frac{c}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} &= \frac{c}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \\ &= \frac{c(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})} \\ &= \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}\end{aligned}$$

3. Bentuk $\frac{c}{a+\sqrt{b}}$

Untuk merasionalkan bentuk $\frac{c}{a+\sqrt{b}}$ dilakukan dengan cara mengalikan dengan sekawannya yaitu $\frac{a-\sqrt{b}}{a-\sqrt{b}}$ sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned}\frac{c}{a+\sqrt{b}} &= \frac{c}{a+\sqrt{b}} \times \frac{a-\sqrt{b}}{a-\sqrt{b}} \\ &= \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} \\ &= \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}\end{aligned}$$

4. Bentuk $\frac{c}{a-\sqrt{b}}$

Untuk merasionalkan bentuk $\frac{c}{a-\sqrt{b}}$ dilakukan dengan cara mengalikan dengan sekawannya yaitu $\frac{a+\sqrt{b}}{a+\sqrt{b}}$ sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned}\frac{c}{a-\sqrt{b}} &= \frac{c}{a-\sqrt{b}} \times \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} \\ &= \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} \\ &= \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}\end{aligned}$$